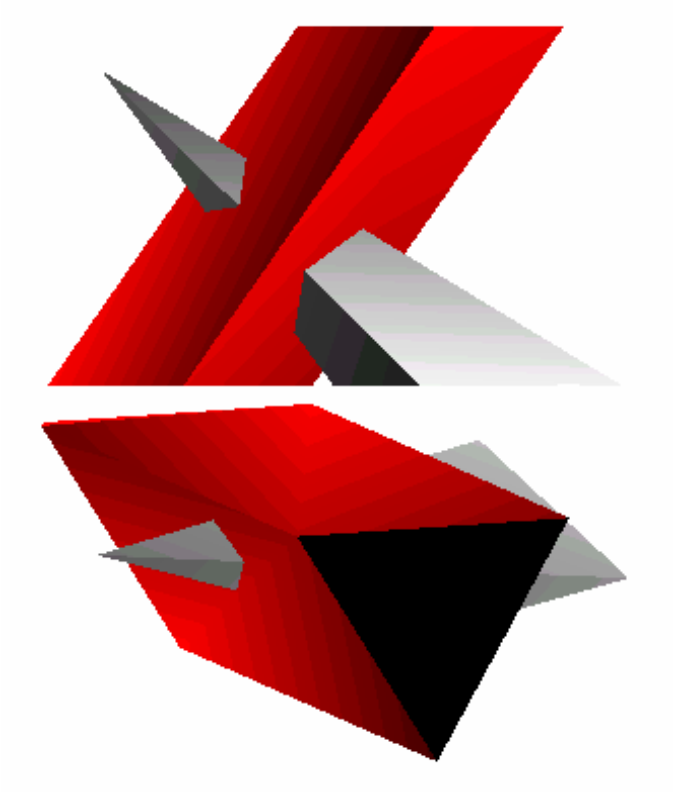
Elena Lidia GAGEONEA
Mihaela URDEA
Mihaela Rodica CLINCIU

GEOMETRIE DESCRIPTIVA

ÎNDRUMAR DE LABORATOR ŞI TEME



EDITURA UNIVERSITĂȚII *TRANSILVANIA* BRAŞOV

2006

GEOMETRIE DESCRIPTIVA

ÎNDRUMAR DE LABORATOR ŞI TEME

Coordonator
Prof. dr.ing. Elena Lidia Gageonea

2006

©2006 EDITURA UNIVERSITĂȚII *TRANSILVANIA* BRAŞOV

Adresa: 500091 Braşov,
Str. Iuliu Maniu, Nr. 41A
Tel :0268 - 47 60 50 ; Fax : 0268-47 60 51
E-mail : editura@unitbv.ro

Tipărit la:
Tipografia Universității "Transilvania" din Braşov
B-dul Eroilor 9
tel/fax: 0268 47 53 48

Toate drepturile rezervate

Editură acreditată de CNCSIS

Adresa nr.1615 din 29 mai 2002

Referenti ştiinţifici:Prof. univ. dr. Ramona CLINCIU

Descriere CIP a Bibliotecii Naționale a României
GAGEONEA, ELENA LIDIA
Geometrie descriptivă : îndrumar de laborator şi teme / Elena Lidia Gageonea, Mihaela Urdea, Mihaela Rodica Clinciu. – Braşov : Editura Universității "Transilvania", 2006
ISBN (10) 973-635-752-X ; ISBN (13) 978-973-635-752-7
I. Urdea, Mihaela
II. Clinciu, Mihaela Rodica

514.18(075.8)(076)

PREFAȚĂ

Geometria descriptivă fiind o disciplină de cultură tehnică generală contribuie la dezvoltarea vederii în spațiu şi creativității specialiştilor din domeniul tehnic, prin însuşirea raționamentului geometric şi a principiilor reprezentării plane a spațiului.

Acest îndrumar de laborator şi teme pentru geometrie descriptivă este adresat studenților anilor întâi de la facultățiile şi colegiile universitare tehnice.

Prin problemele prezentate se intenționează stimularea şi ajutarea studenților în aprofundarea noțiunilor de geometrie descriptivă, disciplină de bază pentru orice specialist din domeniul tehnic.

În acest sens se face o recapitulare succintă a părții teoretice a disciplinei de geometrie descriptivă, pentru fiecare capitol predat la curs, recapitulare urmată de un număr minim de lucrări de laborator şi teme, corespunzător orelor, din nefericire din ce în ce mai puține, atribuite acestei discipline fundamentale.

Fiecare lucrare de laborator şi temă cuprinde un număr de 30 (treizeci) de exemple numerice, care permit, prin forma tabelară în care au fost concepute, un studiu individual.

Problemele prezentate sunt urmate de un model exemplificat, cu date numerice concrete, alese din variantele propuse, precum şi indicații detaliate pentru rezolvare.

Îndrumarul de laborator şi teme cuprinde aplicații la următoarele capitole:

- *1. Reprezentarea punctului;*
- *2. Dreapta;*
- *3. Planul;*
- *4. Metodele geometriei descriptive;*
- *5. Poliedre;*
- *6. Conul şi cilindrul:*
- *7. Suprafețe de rotație;*
- *8. Intersecția corpurilor geometrice.*

În cadrul fiecărui capitol complexitatea lucrărilor şi temelor prezentate permit prin rezolvarea lor, o însuşire cât mai uşoară a geometriei descriptive, disciplină de bază în pregătirea inginerească.

Utilizarea computerului în redactarea,desenarea şi rezolvarea problemelor prezentate, ne determină să prefigurăm şi rezolvarea altor probleme de geometrie descriptivă cu ajutorul diverselor sisteme de grafică computerizată, ca fiind iminentă.

In scopul uniformizării modului de exprimare s-au utilizat notaţiile şi simbolurile folosite la cursul de geometrie descriptivă.

La elaborarea lucrării, autoarele s-au străduit să valorifice experienţa didactică şi ştiinţifică acumulată la această disciplină , pe parcursul mai multor ani de studiu şi de practică.

De aceea această culegere de probleme se adresează în egală măsură şi celor ce lucrează în proiectare, prin rezolvarea unor probleme practice frecvent întâlnite în această activitate.

Lucrarea a fost elaborată de autoare împreună la toate capitolele, coordonarea fiind asigurată de prof.dr.ing.Elena Lidia Gageonea.

GEOMETRIE DESCRIPTIVĂ

ÎNDRUMAR DE LABORATOR ŞI TEME

Îndrumarul conține o prezentare succintă a noțiunilor minime de geometrie descriptivă, cu referire la reprezentarea în dubla şi tripla proiecție ortogonală, începând cu reprezentarea punctului până la intersecțiile de corpuri geometrice.

Lucrările de laborator sunt exemplificate şi personalizate pentru fiecare student.

Pentru redactarea lucrării, în scopul acurateței graficii şi a facilităților pe care le oferă, s-a folosit AutoCAD-ul 2006 şi Word 2003.

Notațiile şi simbolurile folosite sunt cele caracteristice atât geometriei descriptive, geometriei plane şi in spațiu cât şi teoriei mulțimilor.

Îndrumarul s-a elaborat pe baza studierii unei ample bibliografii cât şi a experienței didactice şi de cercetare a autoarelor.

Această culegere de probleme se adresează în egală măsură studenților din învățământul tehnic cât şi specialiştilor din domeniul proiectării.

DESCRIPTIVE GEOMETRY

LABORATORY AND HOMEWORKS GUIDANCE

The present work contains the minimum concepts of the descriptive geometry, concepts regarding the representation in double and triple orthogonal projection of the: point, line, plane, polyhedrons, cylinders and cones, surfaces of revolution, intersection between geometrical solids. It containes solved problems as well as problems proposed for solving.

Laboratory works is exemplified and personalized for each student.

In the graphical presentation of the work, AutoCAD and Word 2003 were used, due to their accuracy and facilities.

The notations and symbols used are specific for the descriptive geometry, the plane and solid geometry and also for the sets theory.

The laboratory and homeworks guidance was elaborated on the basis of the study of an ample bibliography and on the basis of the didactic and research experience of the authors.

This laboratory and homeworks guidance is addressed to the students in the technical universities and at the same time to specialized staff working in design.

CUPRINS

1. REPREZENTAREA PUNCTULUI 13
1.1 GENERALITĂȚI 13
1.2 LUCRĂRI DE LABORATOR 15
1.2.1 Reprezentarea punctului în epură-1 15
1.2.2 Reprezentarea punctului în epură-2 19
1.3 TEME 23
1.3.1 Reprezentarea punctelor simetrice -1 23
1.3.2 Reprezentarea punctelor simetrice -2 26
2. DREAPTA 29
2.1 GENERALITĂȚI 29
2.1.1 Proiecțiile dreptei 29
2.1.2 Drepte particulare 30
2.1.3 Pozițiile relative ale dreptelor în spațiu 33
2.2 LUCRĂRI DE LABORATOR 34
2.2.1 Reprezentarea dreptei 34
2.2.2 Drepte concurente şi perpendiculare 37
2.3 TEME 40
2.3.1 Drepte perpendiculare 40
2.3.2 Drepte particulare 43
3. REPREZENTAREA PLANULUI 47
3.1 GENERALITĂȚI 47
3.1.1 Urmele planului 48
3.1.2 Dreaptă în plan 49
3.1.3 Plane particulare 50
3.1.4 Pozițiile relative ale planelor 56

3.1.5	Poziţiile relative ale dreptei faţă de plan	57
3.2	VIZIBILITATEA ÎN EPURĂ	58
3.3	LUCRĂRI DE LABORATOR	60
3.3.1	Plan definit de două drepte concurente, ***(D)∩(D$_1$)***	60
3.3.2	Plan definit de o dreaptă oarecare şi o frontală, ***(D)∩(F)***	63
3.3.3	Plan definit de o dreaptă orizontală şi o dreaptă frontală	66
3.3.4	Intersecţia unei drepte cu un plan	69
3.4	TEME	73
3.4.1	Perpendiculara pe planul ***Δ[ABC]*** (fără urme)	73
3.4.2	Intersecţia a două plăci triunghiulare ***[ABC] ∩ Δ[MNP]***	77
3.4.3	Construcţia unui triunghi isoscel ***[ABC]***într-un plan ***[P]***	81
3.4.4	Intersecţia a două plane ***[P]∩[Q]***	85
4.	**METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE**	89
4.1	GENERALITĂŢI	89
4.1.1	Metoda schimbării planelor de proiecţie	89
4.1.1.1	Metoda schimbării planului vertical de proiecţie ***[V]***	89
4.1.1.2	Metoda schimbării planului orizontal de proiecţie ***[H]***	93
4.1.2	Metoda rotaţiei	95
4.1.2.1	Rotaţia de nivel	95
4.1.2.2	Rotaţia de front	98
4.1.3	Metoda rabaterii	101
4.1.3.1	Rabaterea în planul orizontal ***[H]***	101
4.1.3.2	Rabaterea în planul vertical ***[V]***	103
4.1.3.3	Rabaterea planelor proiectante pe planul ***[H]***	105
4.1.3.4	Rabaterea planelor proiectante pe planul ***[V]***	106
4.1.4	Ridicarea rabaterii	107
4.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	108
4.2.1	Schimbarea de plan pentru o dreaptă	108
4.2.2	Rotaţia unui plan ***[P]***	111
4.2.3	Determinarea adevăratei mărimi a unui ***Δ[ABC]*** prin rabatere.	114
4.2.4	Prismă dreptă cu baza într-un plan ***[P]***	117

	4.3	TEME	121
	4.3.1	Distanța dintre două plane paralele	121
	4.3.2	Distanța dintre două plane paralele	123
	4.3.3	Distanța dintre două plane paralele	128
	4.3.4	Ridicarea rabaterii într-un plan proiectant	132
5.	**POLIEDRE**		135
	5.1	GENERALITĂȚI	135
	5.1.1	Secțiuni prin poliedre	137
	5.1.2	Desfaşurarea poliedrelor	138
		a. Desfăşurarea unei prisme	138
		b. Desfăşurarea unei piramide	140
	5.1.3	Intersecția unui poliedru cu o dreaptă	141
		a.Intersecția unei drepte cu o prismă	141
		b. Intersecția unei drepte cu o piramidă	142
	5.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	144
	5.2.1	Secționarea şi desfăşurarea unei piramide drepte.	144
	5.2.2	Construirea unei piramide cu baza într-un plan ***[P]***	147
	5.3	TEME	151
	5.3.1	Secționarea şi desfăşurarea unei piramide oblice	151
	5.3.2	Desfăşurarea unui trunchi de piramida dreaptă	155
	5.3.3	Secționarea şi desfăşurarea unei prisme oblice	158
		Secționarea şi desfăşurarea unei prisme drepte	162
6.	**CONUL ŞI CILINDRUL**		165
	6.1	GENERALITĂȚI	165
	6.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	169
	6.2.1	Secționarea şi desfăşurarea unui con circular drept	169
	6.3	TEME	172
	6.3.1	Secționarea şi desfăşurarea unui cilindru oblic	172
7.	**SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE**		175
	7.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	178
	7.2.1	Secționarea unei sfere cu un plan proiectant	178

8. INTERSECȚIA CORPURI LOR GEOMETRICE 181
8.1 GENERALITĂȚI 181
8.2 INTERSECȚIA POLIEDRELOR 182
8.2.1 Intersecția a două prisme 182
8.2.2 Intersecția a două piramide 183
8.2.3 Intersecția unei piramide cu o prismă 184
8.3 INTERSECȚIA SUPRAFEȚELOR CILINDRO-CONICE 185
8.3.1 Intersecția a doi cilindri 185
8.3.1.1 Intersecției a doi cilindri circulari oblici 185
8.3.1.2 Intersecției a doi cilindri circulari drepți cu axele concurente şi perpendiculare 187
8.3.2 Intersecția a două conuri 190
8.4 INTERSECȚIA POLIEDRELOR CU SUPRAFETE DE ROTAȚIE 192
8.5 LUCRĂRI DE LABORATOR 195
8.5.1 Intersecția a două prisme 195
8.5.2 Intersecția unei prisme cu o piramidă 200
8.5.3 Intersecția a doi cilindri circulari drepți 205
8.6. TEME 209
8.6.1 Intersecția a două piramide 209
8.6.2 Intersecția unui cilindru cu un con 214
8.6.3 Intersecția a două prisme 218
8.6.4 Intersectia unei prisme cu un con 223
9. BIBLIOGRAFIE 227

NOTAŢII ŞI SIMBOLURI

A, B, C,	puncte din spaţiu
a, b, c,	proiecţiile punctelor ***A, B, C*** ..., pe planul orizontal ***[H]*** de proiecţie
a′, b′, c′,	proiecţiile punctelor ***A, B, C*** ..., pe planul vertical ***[V]*** de proiecţie
a″, b″, c″,	proiecţiile punctelor ***A, B, C*** ..., pe planul lateral ***[L]*** de proiecţie
A(a,a′,a″)	punctul ***A***, având proiecţiile ***a,a′*** şi***,a″***
B(x_B, y_B, z_B)	punctul ***B***, având coordonatele descriptive: abcisa ***x_B***,depărtarea ***y_B*** şi cota ***z_B***
A=B	se citeşte: punctele ***A*** şi ***B*** coincid
{A, B, C,...}	mulţimea punctelor ***A, B, C,...***
(D); (AB)	dreapta ***(D)*** din spaţiu, respectiv dreapta definită de punctele***A*** şi ***B*** din spaţiu
(D)(d,d′,d″)	dreapta ***(D)*** având proiecţiile: ***(d)***, ***(d′)*** şi ***(d″)***
(D_1)=(D_2)	se citeşte: dreptele ***(D_1)*** şi ***(D_2)*** coincid şi laterală ***(d″)***
/AB /	segmentul deschis, dintre punctele ***A*** şi ***B*** (mulţimea punctelor situate între ***A*** şi ***B***)
//AB //	distanţa dintre punctele ***A*** şi ***B*** (lungimea segmentului ***/AB /***)
∟	unghiul drept
(Γ)(γ,γ′,γ″)	curba ***(Γ)***, având proiecþiile ***(γ)***, ***(γ′)*** şi ***(γ″)***
(C)(O,r)	cercul de centru *O* şi rază ***r***
(C)(c,c′,c″)	cercul ***(C)***, având proiecţiile ***(c), (c′), (c″)***
[P]	planul ***[P]***
[A,B,C]	planul definit de punctele necoliniare ***A, B*** şi ***C***;
[(AB), C]	planul definit de o dreaptă ***(AB)***şi punctul exterior ei C;
[(D_1)∩(D_2)]	planul definit de dreptele concurente ***(D_1)*** şi ***(D_2)***
[(D_1)//(D_2)]	planul definit de dreptele paralele ***(D_1)*** şi ***(D_2)***
[P](P_h ,P_v ,P_l)	planul ***[P]*** având urmele: orizontală ***(P_h)***, verticală***(P_v)*** şi laterală ***(P_l)***

ΔABC	triunghiul ABC
$[ABCA_1B_1C_1]$	prisma având ca vârfuri punctele A, B, C, A_1, B_1, C_1
$[SABC]$	piramida având vârful S şi baza $[A, B, C]$
$S(O, r)$	sfera de centru O şi rază r
$//$	paralel; $(D_1)//(D_2)$: dreapta (D_1) este paralelă cu dreapta (D_2)
$\perp$	perpendicular; $(D) \perp [P]$; dreapta (D) este perpendiculară pe planul $[P]$
$\equiv$	congruenţă, $/AB/\equiv/A'B'/$
$>;<;=;\neq$	relaţii de ordine: mai mare; mai mic; egalitate;neegalitate
$\underline{\underline{def}}$	egalitate prin definiţie; $[P]\ [(D_1)\cap(D_2)]$; planul $[P]$ este definit de dreptele concurente (D_1) şi (D_2)
$\sim$	asemănare; $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$;triunghiul ABC este asemenea cu triunghiul $A_1B_1C_1$
$\rightarrow$	corespondenţă univocă
$\leftrightarrow$	corespondenţă biunivocă
$\Rightarrow$	implicaţie logică: $/AB/\equiv/CD/,\ /CD/\equiv/EF/\Rightarrow/AB/\equiv/EF/$
$\wedge;\vee$	operatori logici; $A\wedge B$: A şi B;
$(D_1)\vee(D_2)$	dreapta (D_1) sau (D_2)
$\in$	apartenenţă; $A\in(D)$: punctul A aparţine dreptei (D)
$\subset;\supset$	incluziune(conţinere);$(D)\subset[P]$;dreapta (D) este conţinută de planul $[P]$; $[P]\supset(D_1)$: planul $[P]$ conţine dreapta (D)
$\cup$	reuniune de mulţimi; $(D \underline{\underline{def}} (A\cup B) \wedge A\neq B$: dreapta (D) este definitã de punctele distincte A şi B
$\cap$	intersecţie de mulţimi;$(D) \underline{\underline{def}} [P]\cap[Q]$:dreapta (D) este definită de intersecţia planelor $[P]$ şi $[Q]$
ϕ	mulţimea vidă

Alfabetul grecesc: α, A (alfa); β, B (beta); γ, Γ (gama); δ, Δ (delta); ε, E (epsilon); ζ, Z (zeta); η, H (eta); θ, T (theta); ι, I (ieta); χ, K (kapa); λ, Λ (lambda); μ, M (miu); ν, N (niu); ξ, Ξ (csi); o, O (omicron); π, Π (pi); ρ, P (rho); τ, Σ (sigma);

1. REPREZENTAREA PUNCTULUI

1.1.GENERALITĂȚI

Planele de proiecție orizontal ***[H]*** şi vertical ***[V]*** împart, convențional, spațiul în patru unghiuri diedre ***I, II, III*** şi ***IV*** (fig.1.1).

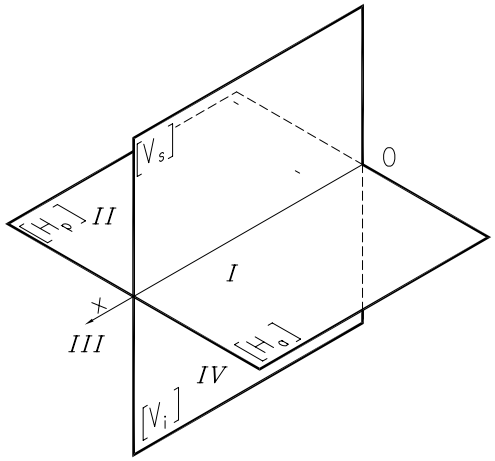


Fig. 1.1

La rândul lor planele bisectoare ***[B1]*** şi ***[B2]*** împart fiecare diedru în unghiuri congruente, denumite octanți ***1,2,3,4,5,6,7,8*** (fig.1.2).

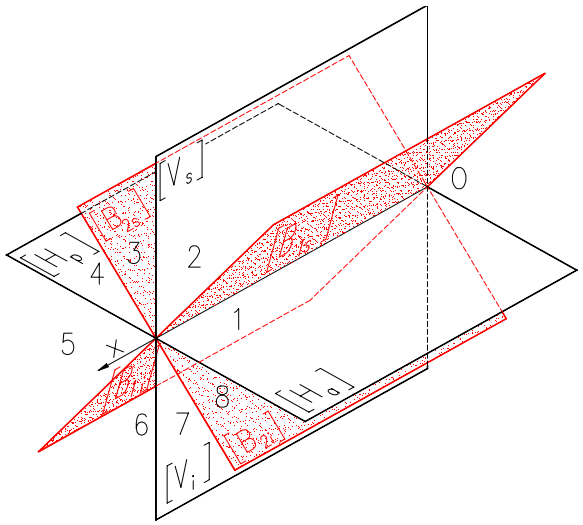


Fig. 1.2

Un punct din spațiu este determinat prin cele trei coordonate ale sale:***abscisă(x), depărtare (y)*** şi ***cotă(z).*** Aceste coordonate reprezintă distanțele de la punct la planele de proiecție (fig.1.3).

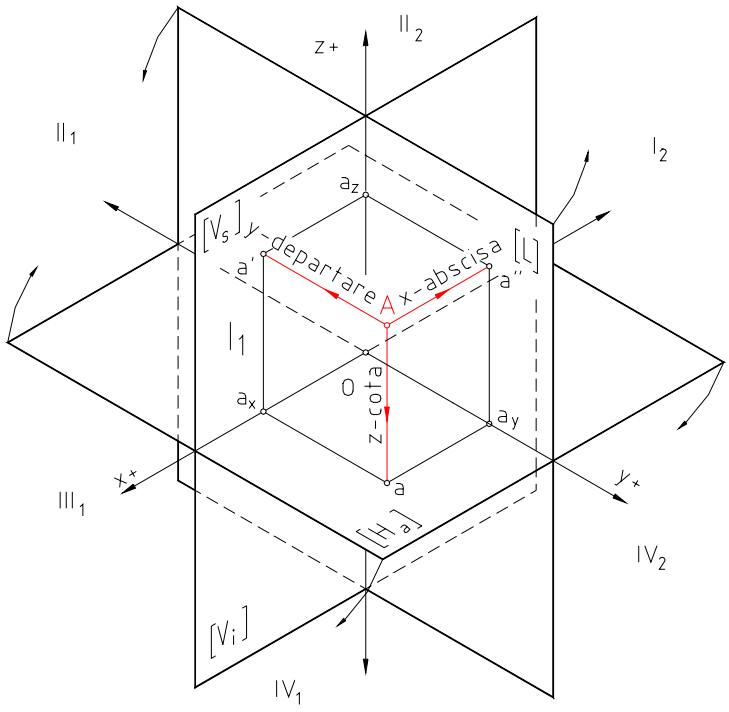


Fig 1.3

Planele de proiecție: orizontal ***[H],***vertical ***[V]*** şi lateral ***[L]*** împart convențional, spațiul în opt triedre : I_1, II_1, III_1, IV_1, I_2, II_2, III_2, IV_2 (fig.1.3).

Semnele coordonatelor punctelor situate în cele opt triedre sunt stabilite convențional şi prezentate în tabelul 1.1

Tabelul 1.1

Triedrul Coordonate	I_1	II_1	III_1	IV_1	I_2	II_2	III_2	IV_2
Abscisa (x)	+	+	+	+	-	-	-	-
Departarea(y)	+	-	-	+	+	-	-	+
Cota (z)	+	+	-	-	+	+	-	-

1.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

1.2.1. Reprezentarea punctului în epură-1

Enunț:

Să se construiască epura punctelor ***A,H,V,L*** şi să se precizeze poziția lor în spațiu(tabelul.1.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 1.4); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.1.4), desenându-se axele de coordonate pentru fiecare epură.

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor indicate în tabel pentru fiecare lucrare individualizată,sub epura corespunzătoare (fig.1.4).

1.5. Se precizează poziția lor în spațiu ținând cont de semnele coordonatelor; astfel:

A(30,-25,-20) $\in$ ***III***$_1$; ***H(-25,20,0)*** $\in$ ***[H***$_a$ ***]***; ***V(-25,0,-30)*** $\in$ ***[V***$_i$***]***; ***L(0,20,-30)*** $\in$ ***[L***$_a$ ***]*** (fig.1.4).

1.6. Se reprezintă epurele punctelor menționate conform modelului(fig.1.4).

De exemplu pentru punctul ***A(30,-25,-20),*** proiecțiile punctului se vor obține astfel:

-proiecția orizontală ***a*** a punctului ***A***, se obține măsurând pe axa ***(Ox)*** un segment având ca mărime abscisa punctului ***(x***$_A$***=30)***;din punctul obținut ***a***$_x$ se măsoară pe o linie de ordine paralelă cu axa ***(Oy)*** un segment egal cu mărimea depărtării punctului ***(y***$_A$***=-25)***;

-proiecția verticală ***a′*** a punctului ***A,*** se obține pe aceiaşi linie de ordine cu proiecția orizontală ***a*** ,măsurând pe această linie un segment egal cu mărimea cotei punctului ***A, (z***$_A$***=-20)***;

-proiecția laterală ***a″*** a punctului ***A,*** se obține astfel:din proiecția orizontala ***a*** se trasează o paralelă la axa ***(Ox)*** până intersectează axa ***(Oy)*** în punctul ***a***$_y$; din punctul obținut ***a***$_y$ se trasează în sens trigonometric un arc de cerc având ca rază mărimea depărtării punctului ***A,(y***$_A$***=-25)*** până intersectează axa ***(Oy***$_1$***)*** în punctul ***a***$_{y1}$; din acest punct ***a***$_{y1}$ se ridică o linie de ordine până la intersecția cu paralela dusă la axa (Ox) prin proiecția verticală ***a′*** a punctului ***A***; punctul obținut va fi proiecția laterală ***a″*** a punctului ***A.***

1.7. Analog se determină şi epurele celorlalte puncte ***H,V,L***.

1.8. Se completează indicatorul conform modelului (fig.1.4).

Tabelul 1.2

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	-10	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10
	y	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
	z	30	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30
H	x	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
	y	30	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V	x	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	-10	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10
L	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	-10	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10
	z	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	30	-20	10	30	20	-10	30	20	10	30
	y	10	30	-20	10	-30	20	-10	30	-20	10
	z	-20	10	30	-20	10	30	20	-10	30	-20
H	x	10	30	-20	10	-30	20	-10	30	-20	10
	y	-20	10	30	-20	10	30	20	-10	30	-20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V	x	10	30	-20	10	-30	20	-10	30	-20	10
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	30	-20	10	30	20	-10	30	20	10	30
L	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	-20	10	30	20	-10	30	20	10	30
	z	10	30	-20	10	-30	20	-10	30	-20	10

Tabelul 1.2
continuare

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	-20	20	30	-10	10	30	-20	10	30	***30***
	y	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***-25***
	z	10	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	***-20***
H	x	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***-25***
	y	10	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	***20***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
V	x	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***-25***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	-20	20	30	-10	10	30	-20	10	30	***-30***
L	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	-20	20	30	-10	10	30	-20	10	30	***20***
	z	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***-30***

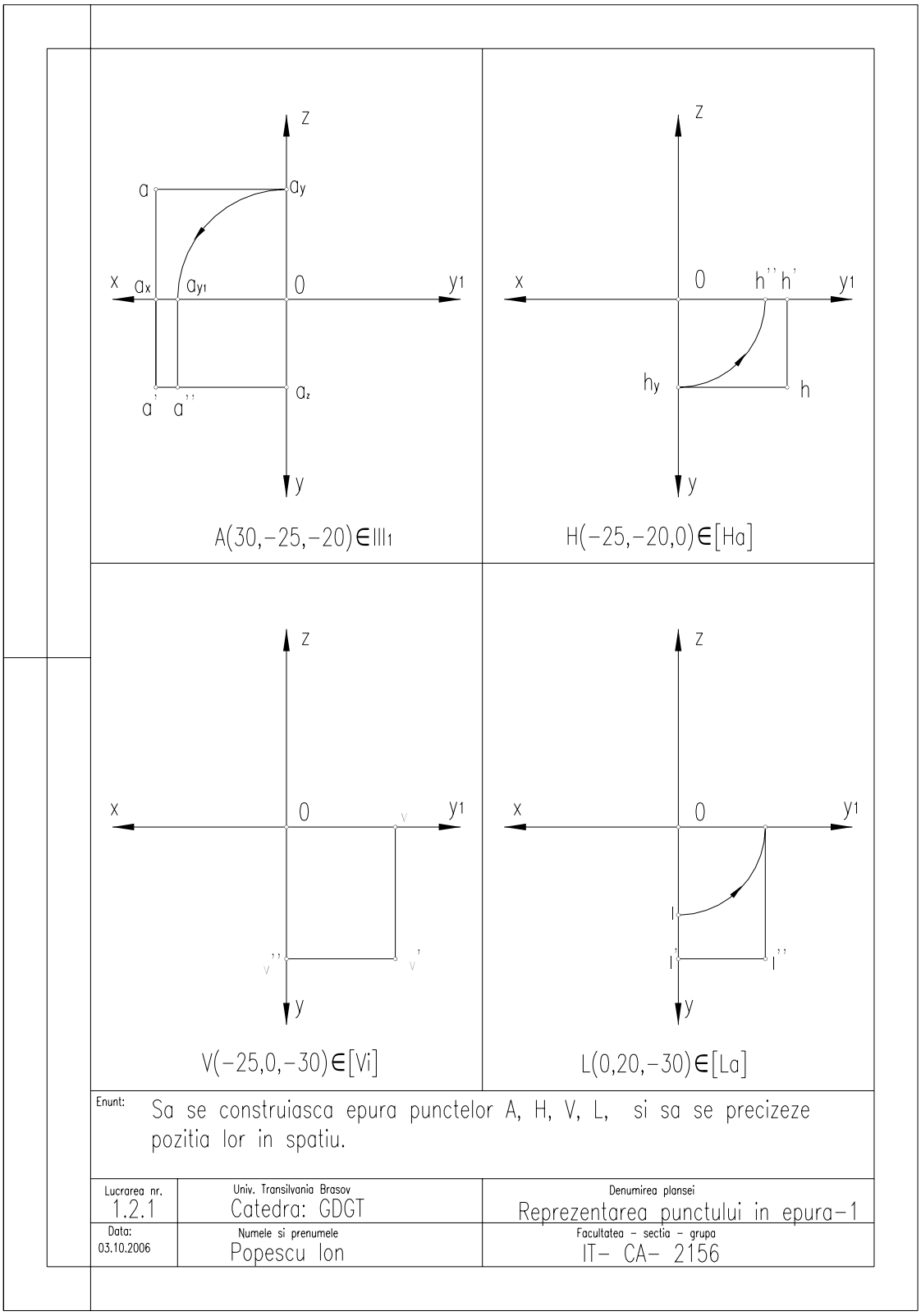

z
a
ay
x
ax
ay1
0
y1
a'
a''
az
y
A(30,−25,−20)∈III1
z
x
0
h''
h'
y1
hy
h
y
H(−25,−20,0)∈[Ha]
z
x
0
y1
V
V''
V'
y
V(−25,0,−30)∈[Vi]
z
x
0
y1
l
l'
l''
y
L(0,20,−30)∈[La]
Enunt:
Sa se construiasca epura punctelor A, H, V, L, si sa se precizeze pozitia lor in spatiu.
Lucrarea nr.
1.2.1
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Reprezentarea punctului in epura−1
Data:
03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea - sectia - grupa
IT− CA− 2156

Fig. 1.4

1.2.2. Reprezentarea punctului în epură-2

Enunț:

Să se construiască epura punctelor ***M,X,Y,Z*** şi să se precizeze poziția lor în spațiu(tabelul 1.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 1.5); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.1.5), desenându-se axele de coordonate pentru fiecare epură.

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***M,X,Y,Z*** (tabelelul 1.3) pentru fiecare lucrare individualizată ,sub epura corespunzătoare (fig.1.5).

1.5. Se precizează poziția lor în spațiu ținând cont de semnele coordonatelor;astfel:

$M(25,-15,-15) \in [B_1]$,III_1; $X(30,0,0) \in (Ox)$;

$Y(0,-25,0) \in (Oy)$; $Z(0,0,15) \in (Oz)$;

1.6. Se reprezintă epurele punctelor menționate conform modelului(fig.1.5). De exemplu pentru punctul ***M(25,-15,-15)***, proiecțiile punctului se vor obține astfel:

-proiecția orizontală ***m*** a punctului ***M,*** se obține măsurând pe axa ***(Ox)*** un segment având ca mărime abscisa punctului $(x_M=25)$;din punctul obținut m_x se măsoară pe o linie de ordine paralelă cu axa ***(Oy)*** un segment egal cu mărimea depărtării punctului $(y_M=-15)$;

-proiecția verticală m' a punctului ***M,*** se obține pe aceiaşi linie de ordine cu proiecția orizontală ***m***, măsurând pe această linie un segment egal cu mărimea cotei punctului ***M***,$(z_M=-15)$.

-proiecția laterală m'' a punctului ***M,*** se obține astfel: din proiecția orizontala ***m*** a punctului ***M,*** se desenează o paralelă la axa ***(Ox)*** până intersectează axa ***(Oy)*** în punctul m_y ; din punctul obținut m_y se trasează în sens trigonometric un arc de cerc având ca rază mărimea depărtării punctului $M,(y_M=-15)$ până intersectează axa (Oy_1) în punctul m_{y1} din acest punct m_{y1} se ridică o linie de ordine până la intersecția cu paralela dusă la axa ***(Ox)*** prin proiecția verticală m' a punctului ***M***; punctul obținut va fi proiecția laterală m''a punctului ***M.***

1.7. Analog se determină şi epurele celorlalte puncte ***X,Y,Z.***

1.8. Se completează indicatorul conform modelului (fig.1.5).

Tabelul 1.3

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	x	-10	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10
	y	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
	z	30	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30
X	x	20	10	30	20	10	30	10	20	30	20
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	-10	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Z	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M	x	30	-20	10	30	-20	-10	30	20	10	30
	y	10	30	-20	10	-30	20	10	30	20	10
	z	-20	10	-30	-20	10	20	10	30	20	10
X	x	10	30	20	10	-30	20	-10	30	-20	10
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	-20	10	30	20	20	-10	30	-20	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Z	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	30	-20	10	-30	20	10	30	20	10

Tabelul 1.3
continuare

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
M	x	-20	20	30	-10	10	30	-20	10	30	***25***
	y	30	10	20	30	20	10	30	20	10	***-15***
	z	30	10	20	30	20	10	30	20	10	***-15***
X	x	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***30***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
Y	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	-30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***-25***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
Z	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	30	10	20	30	20	10	30	20	10	***15***

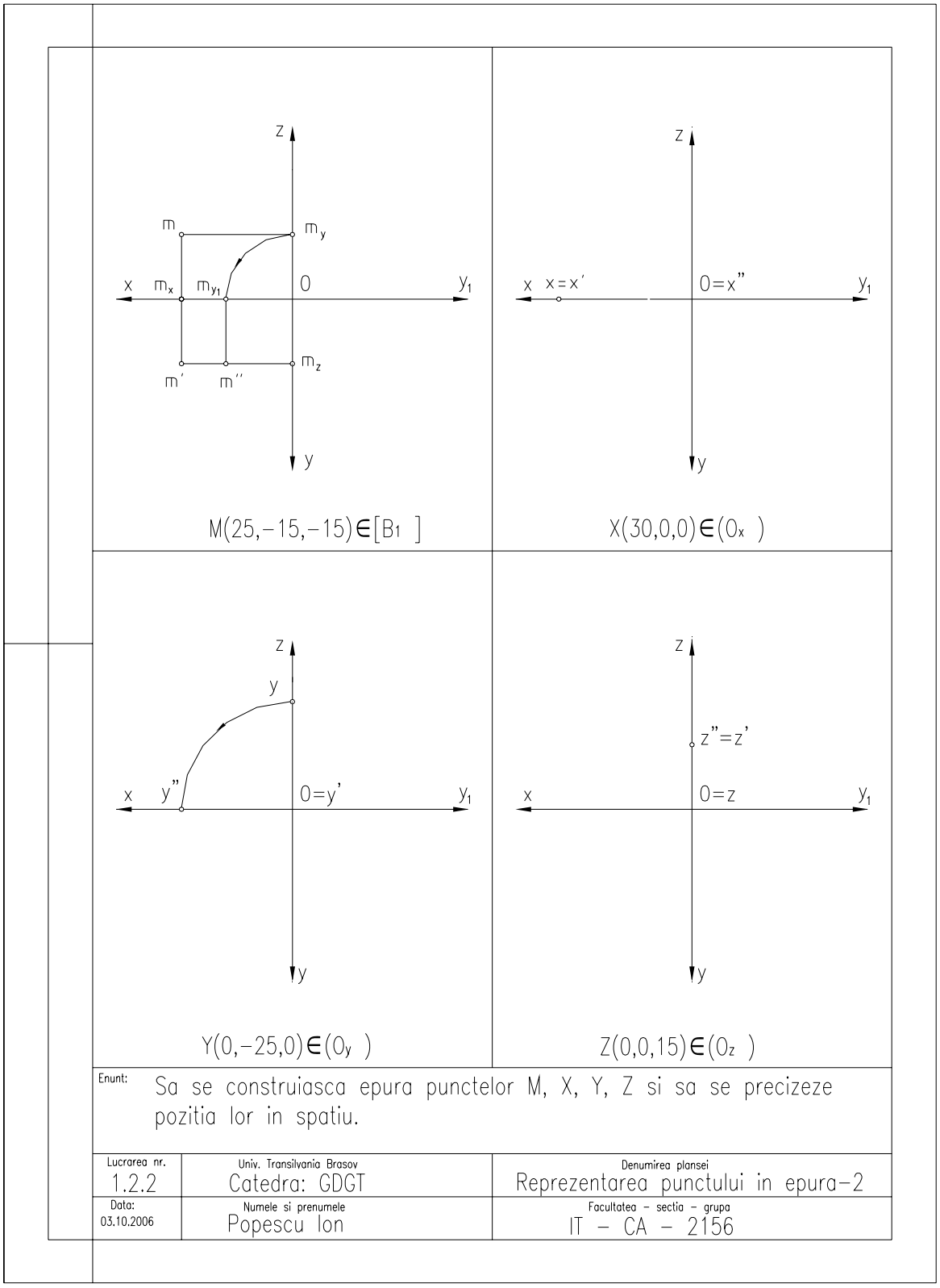

z
m
m y
x m x m y1 0 y1
m z
m' m''
y
M(25,−15,−15)∈[B1]
z
x x=x' 0=x" y1
y
X(30,0,0)∈(Ox)
z
y
x y" 0=y' y1
y
Y(0,−25,0)∈(Oy)
z
z"=z'
x 0=z y1
y
Z(0,0,15)∈(Oz)
Enunt: Sa se construiasca epura punctelor M, X, Y, Z si sa se precizeze pozitia lor in spatiu.
Lucrarea nr. 1.2.2
Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT
Denumirea plansei Reprezentarea punctului in epura−2
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele Popescu Ion
Facultatea − sectia − grupa IT − CA − 2156

Fig.1.5

1.3. TEME

1.3.1. Reprezentarea punctelor simetrice -1

Enunț:

Să se construiască epura punctului ***A*** şi a punctelor ***B,C,D*** simetricele sale în raport cu planele de proiecție ***[H], [V], [L]*** şi să se precizeze poziția lor în spațiu (tabelul 1.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 1.6); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.1.6), desenându-se axele de coordonate pentru fiecare epură.

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctului ***A (-15,-30,25)*** , (tabelul 1.4) pentru fiecare lucrare individualizată ,sub epura corespunzătoare (fig.1.6).

1.5. Se precizează poziția lui în spațiu ținând cont de semnele coordonatelor, astfel:

$A(-15,-30,25) \in II_2$;

1.6. Se reprezintă epura punctului ***A*** conform modelului(fig.1.6); proiecțiile sale se vor obține în mod asemănător celor din lucrarea nr.***1.2.1***, utilizând noile coordonate.

1.7. Se scriu coordonatele punctelor simetrice şi se precizează poziția lor în spațiu astfel:

-punctul ***B***, simetricul punctului ***A*** față de planul ***[H]*** va avea schimbat semnul cotei, deci coordonatele sale vor fi $B(-15,-30,-25) \in III_2$

-proiecțiile punctului ***C***, simetricul punctului ***A*** față de planul ***[V]*** se obțin ținând cont de schimbarea semnului depărtării acestuia: $C(-15,30,25) \in I_2$.

-proiecțiile punctului ***D,*** simetricul punctului ***A*** față de planul ***[L]*** se obțin ținând cont de schimbarea semnului abscisei acestuia: $D(15,-30,25) \in II_1$

1.8. Se reprezintă epurele punctelor ***B,C,D*** menționate conform modelului (fig.1.6).

1.9. Se completează indicatorul conform modelului (fig.1.6).

Tabelul 1.4

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20
	y	-10	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10
	z	30	-20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30
B		Simetricul punctului A față de planul [H]									
C		Simetricul punctului A față de planul [V]									
D		Simetricul punctului A față de planul [L]									
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	10	30	-20	10	-30	-10	30	20	10	30
	y	30	-20	10	-30	20	30	20	-10	30	-20
	z	-20	10	30	-20	10	20	-10	30	-20	10
B		Simetricul punctului A față de planul [H]									
C		Simetricul punctului A față de planul [V]									
D		Simetricul punctului A față de planul [L]									
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	-20	20	30	-10	10	30	-20	10	30	***-15***
	y	10	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	***-30***
	z	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***25***
B		***Simetricul punctului A față de planul [H]***									
C		***Simetricul punctului A față de planul [V]***									
D		***Simetricul punctului A față de planul [L]***									

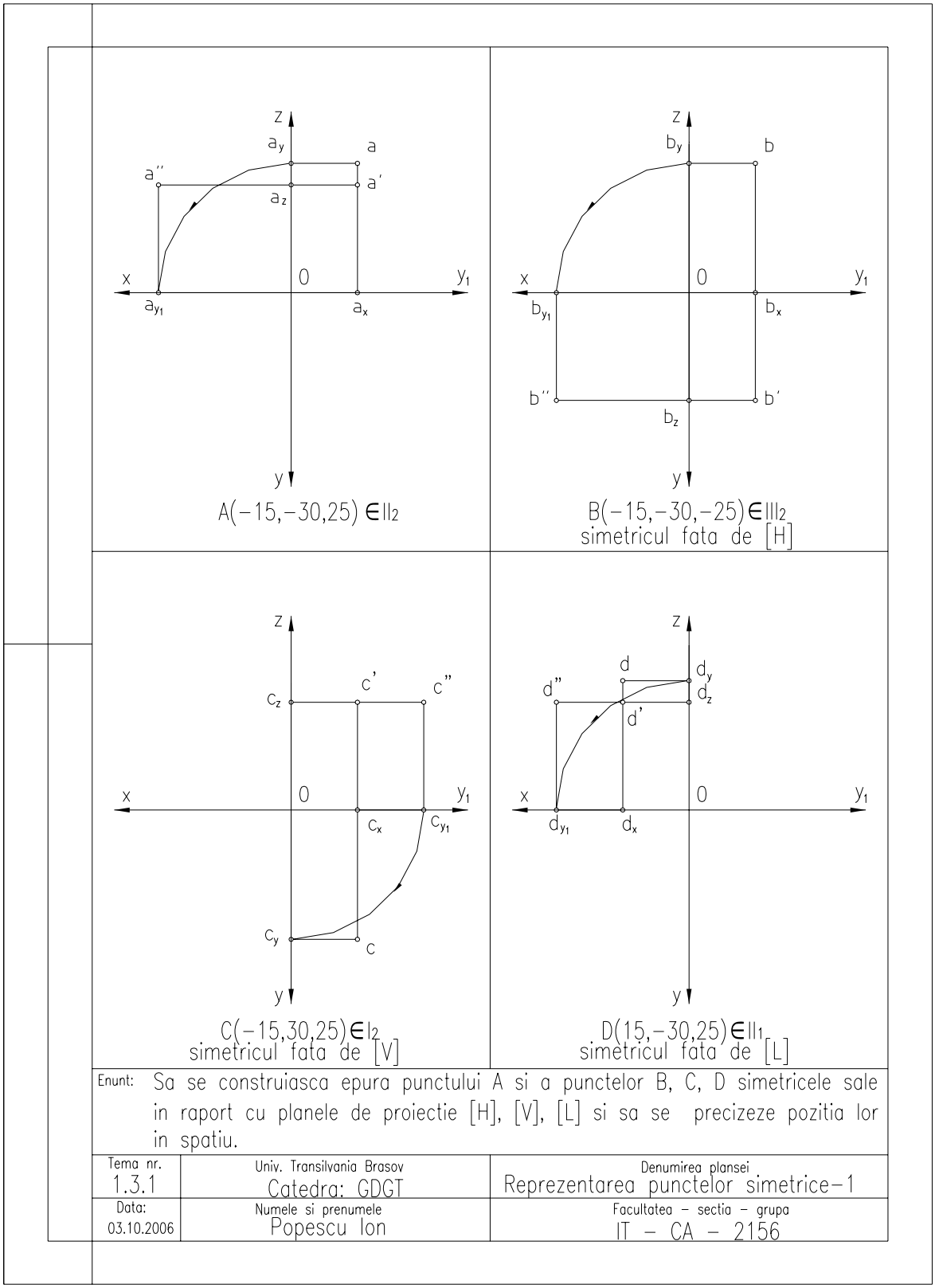

z
a_y
a
a''
a'
a_z
x
0
y_1
a_{y_1}
a_x
y
A(−15,−30,25) ∈ II2
z
b_y
b
x
0
y_1
b_{y_1}
b_x
b''
b'
b_z
y
B(−15,−30,−25) ∈ III2
simetricul fata de [H]
z
c'
c''
c_z
x
0
y_1
c_x
c_{y_1}
c_y
c
y
C(−15,30,25) ∈ I2
simetricul fata de [V]
z
d
d_y
d''
d_z
d'
x
0
y_1
d_{y_1}
d_x
y
D(15,−30,25) ∈ II1
simetricul fata de [L]
Enunt: Sa se construiasca epura punctului A si a punctelor B, C, D simetricele sale in raport cu planele de proiectie [H], [V], [L] si sa se precizeze pozitia lor in spatiu.
Tema nr. 1.3.1
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Reprezentarea punctelor simetrice−1
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea − sectia − grupa
IT − CA − 2156

Fig 1.6

1.3.2. Reprezentarea punctelor simetrice -2

Enunț:

Să se construiască epura punctului ***A*** şi a punctelor ***M,N,P,*** simetricele sale în raport cu axele de coordonate ***(Ox)*** , ***(Oy)*** ,***(Oz)*** şi să se precizeze poziția lor în spațiu (tabelul 1.5).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 1.7); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului trasându-se axele de coordonate pentru fiecare epură (fig.1.7).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctului ***A (-15,35,-25)***, (tabelul 1.5) pentru fiecare lucrare individualizată , sub epura corespunzătoare (fig.1.7).

1.5. Se precizează poziția lui în spațiu ținând cont de semnele coordonatelor, astfel:

$A(-15,35,-25) \in IV_2$.

1.6. Se reprezintă epura punctului ***A*** conform modelului(fig.1.7); proiecțiile sale se vor obține în mod asemănător celor din lucrarea nr.***1.2.1***, utilizând noile coordonate.

1.7. Se scriu coordonatele punctelor simetrice şi se precizează poziția lor în spațiu astfel:

-punctul ***M***, simetricul punctului ***A*** față de axa ***(Ox)*** va avea schimbat semnul cotei şi al depărtării, deci coordonatele sale vor fi : $M(-15,-35,25) \in II_2$;

-punctul ***N***, simetricul punctului ***A*** față de axa ***(Oy)*** va avea schimbat semnul abscisei şi cotei, deci coordonatele sale vor fi : $N(15,35,25) \in I_1$;

-punctul ***P***, simetricul punctului ***A*** față de axa ***(Oz)*** va avea schimbat semnul abscisei şi depărtării, deci coordonatele sale vor fi: $P(15,-35,-25) \in III_1$;

1.8. Se reprezintă epurele punctelor ***M,N,P*** menționate (fig.1.7).

1.9. Se completează indicatorul conform modelului (fig.1.7).

Tabelul 1.5

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	-20	20
	y	30	20	10	30	-20	20	30	-10	10	-10
	z	20	-10	30	-20	10	30	-10	20	30	30
M		Simetricul punctului A față de axa(Ox)									
N		Simetricul punctului A față de axa (Oy)									
P		Simetricul punctului A față de axa (Oz)									
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	30	-20	10	-30	-10	30	20	10	30	10
	y	-20	10	30	20	30	20	-10	30	-20	30
	z	10	30	-20	10	20	-10	30	-20	10	-20
M		Simetricul punctului A față de axa(Ox)									
N		Simetricul punctului A față de axa (Oy)									
P		Simetricul punctului A față de axa (Oz)									
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	20	30	-10	10	30	-20	10	30	-20	***-15***
	y	30	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	***35***
	z	-10	20	30	-20	10	30	-20	10	30	***-25***
M		***Simetricul punctului A față de axa(Ox)***									
N		***Simetricul punctului A față de axa (Oy)***									
P		***Simetricul punctului A față de axa (Oz)***									

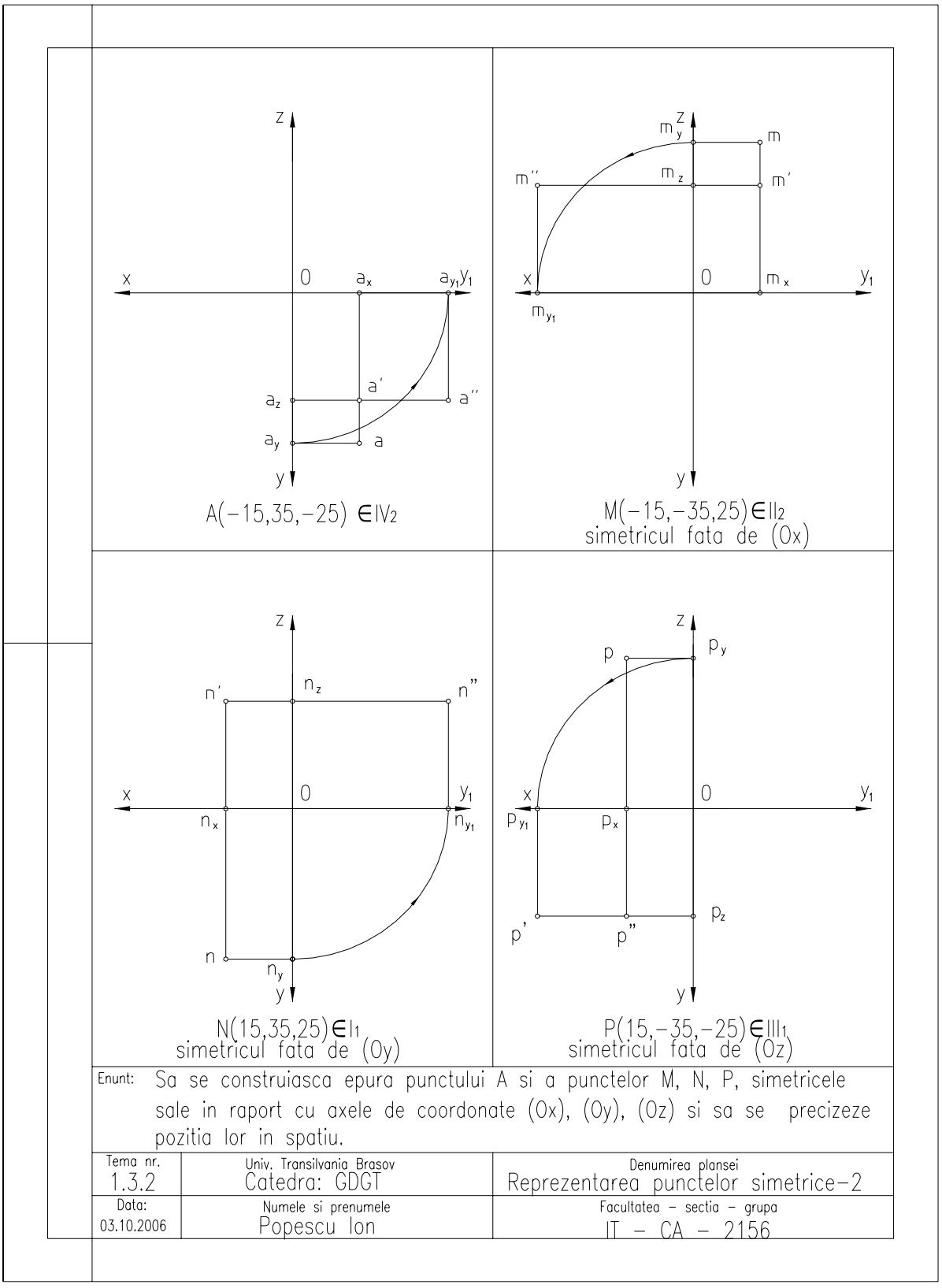

z
x
0
a_x
$a_{y_1}y_1$
a_z
a'
a''
a_y
a
y
A(−15,35,−25) ∈IV2
m_y z
m
m''
m_z
m'
x
0
m_x
y_1
m_{y_1}
y
M(−15,−35,25)∈II2
simetricul fata de (Ox)
n'
n_z
n"
x
0
y_1
n_x
n_{y_1}
n
n_y
y
N(15,35,25)∈I1
simetricul fata de (Oy)
p
p_y
x
0
y_1
p_{y_1}
p_x
p_z
p'
p"
y
P(15,−35,−25)∈III1
simetricul fata de (Oz)
Enunt: Sa se construiasca epura punctului A si a punctelor M, N, P, simetricele sale in raport cu axele de coordonate (Ox), (Oy), (Oz) si sa se precizeze pozitia lor in spatiu.
Tema nr. 1.3.2
Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT
Denumirea plansei Reprezentarea punctelor simetrice−2
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele Popescu Ion
Facultatea − sectia − grupa IT − CA − 2156

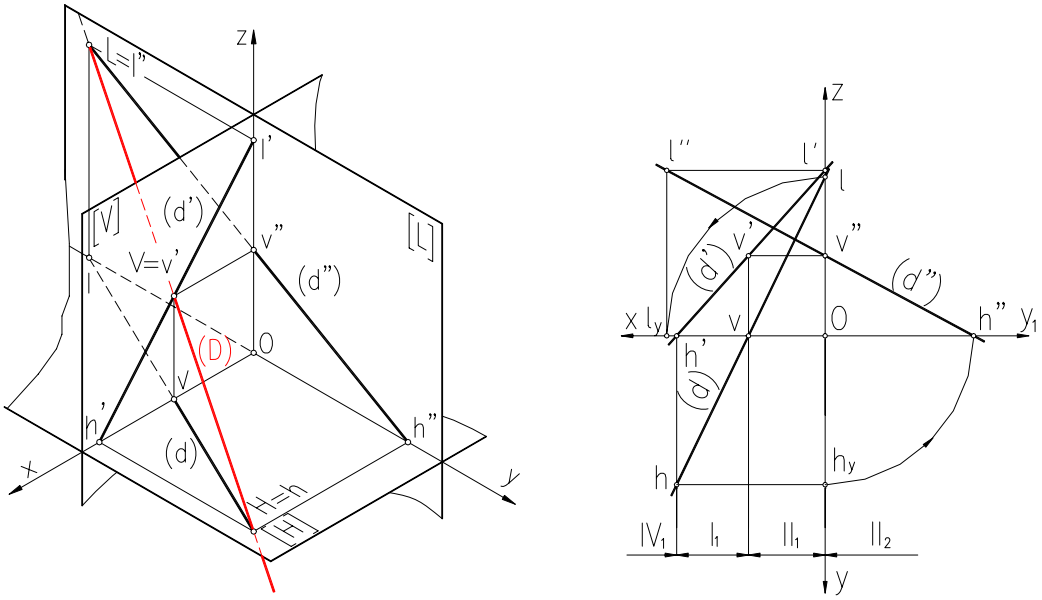
Fig.1.7

2. DREAPTA

2.1. GENERALITĂȚI

2.1.1.Proiecțiile dreptei.

O dreaptă este determinată, în general, de două puncte. Proiecțiile sale se obțin unind proiecțiile de acelaşi fel ale punctelor care o determină (fig.2.1.a şi b).



a **b**

Fig. 2.1

Urmele unei drepte ***(D)*** sunt punctele ei de intersecție cu planele de proiecție; astfel urma orizontală ***H(h, h', h'')⇒(D)∩[H]***, urma verticală ***V(v, v', v'')⇒(D)∩[V]*** şi urma laterală ***L(l, l', l'')⇒(D)∩[L]*** (fig.2.1).

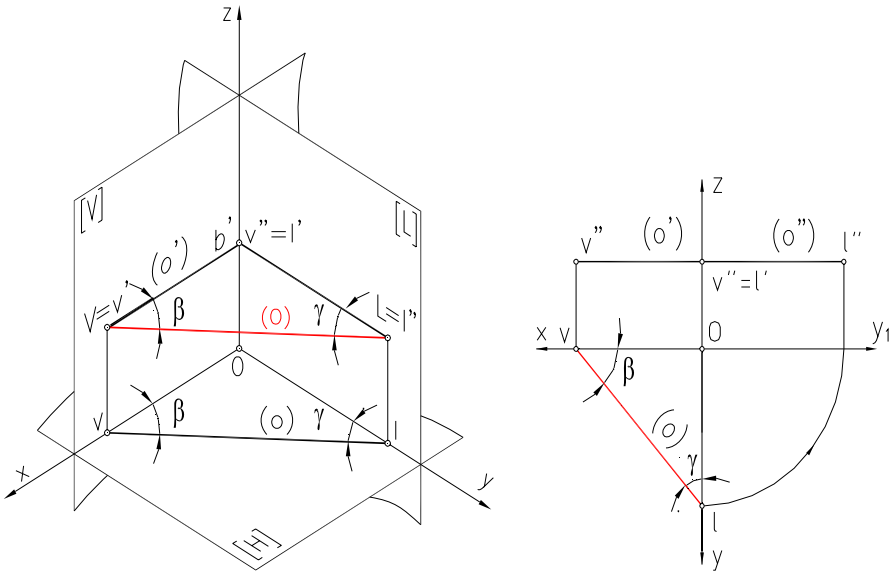
Traseul unei dreptei ***(D)*** ne indică triedrele parcurse de această dreaptă; triedrele sunt delimitate de cele trei urme care împart dreapta în patru porțiuni distincte, fiecare aparținând unui anumit triedru. Pentru stabilirea triedrelor se consideră pe fiecare porțiune cuprinsă între urmele sale câte un punct ales arbitrar.

Coordonatele acestui punct indică triedrul în care se află porțiunea din dreaptă căreia îi aparține punctul ales.

2.1.2. Drepte particulare

a. Dreptele paralele cu planele de proiecție (fig.2.2 - 2.4)

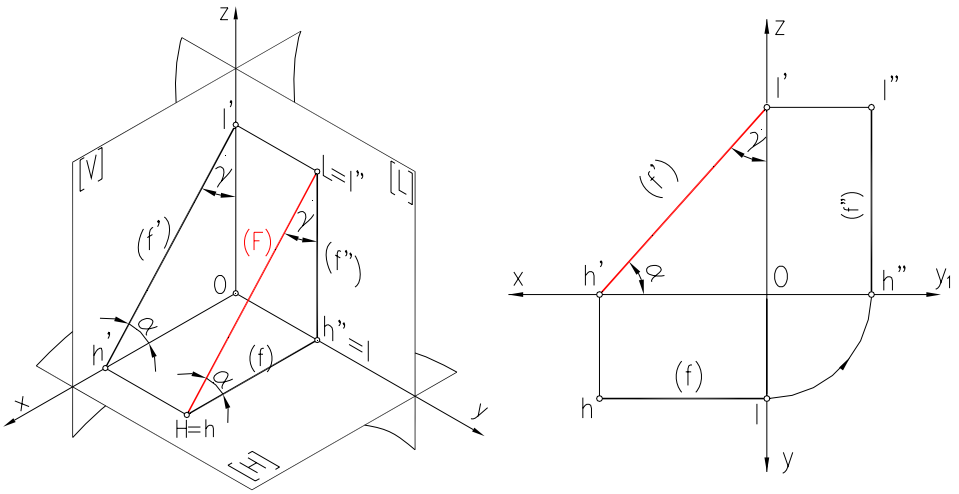
-Dreapta orizontală ***(O)***-paralelă cu ***[H]*** (fig.2.2.a şi b).



a **b**

Fig. 2.2

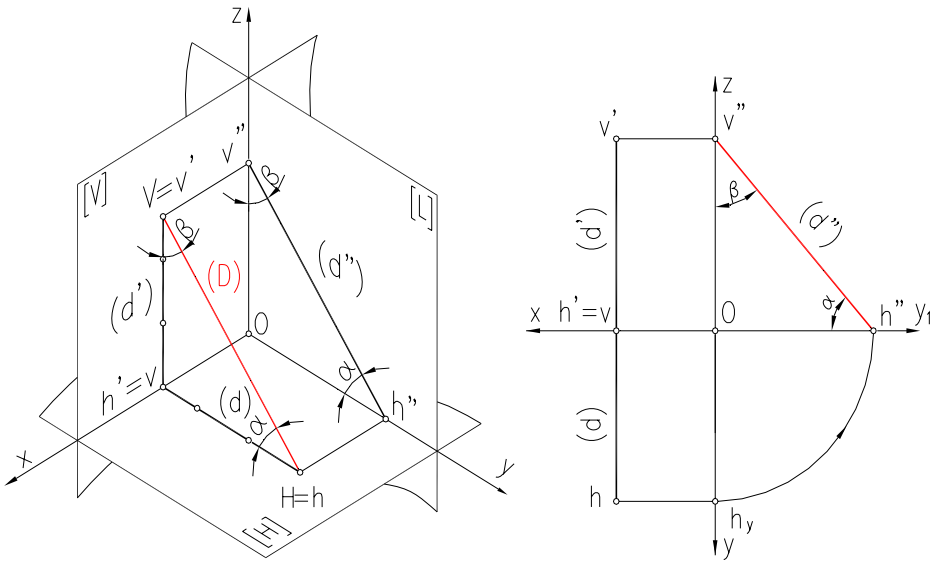
-Dreapta frontală ***(F)***-paralelă cu ***[V]*** (fig.2.3.a şi b).



a **b**

Fig. 2.3

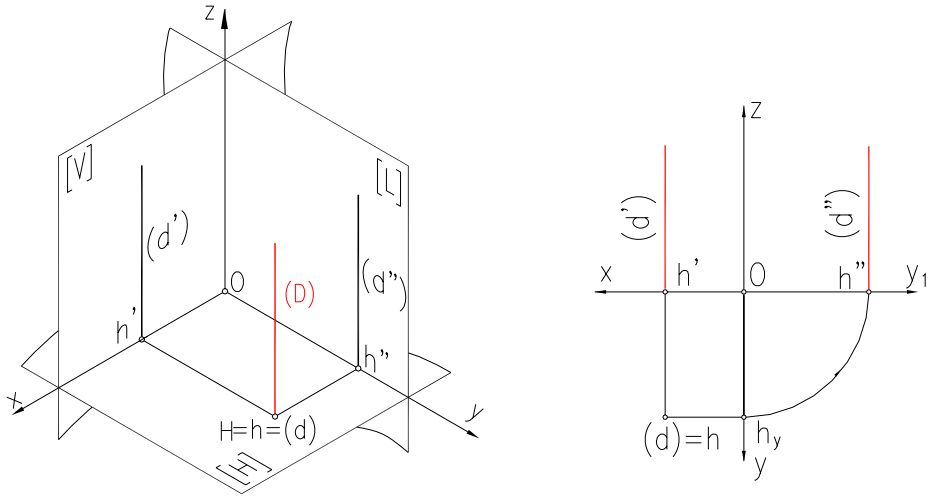
-Dreapta de profil ***(D)***-paralelă cu ***[L]*** (fig.2.4.a şi b).



a **b**

Fig. 2.4

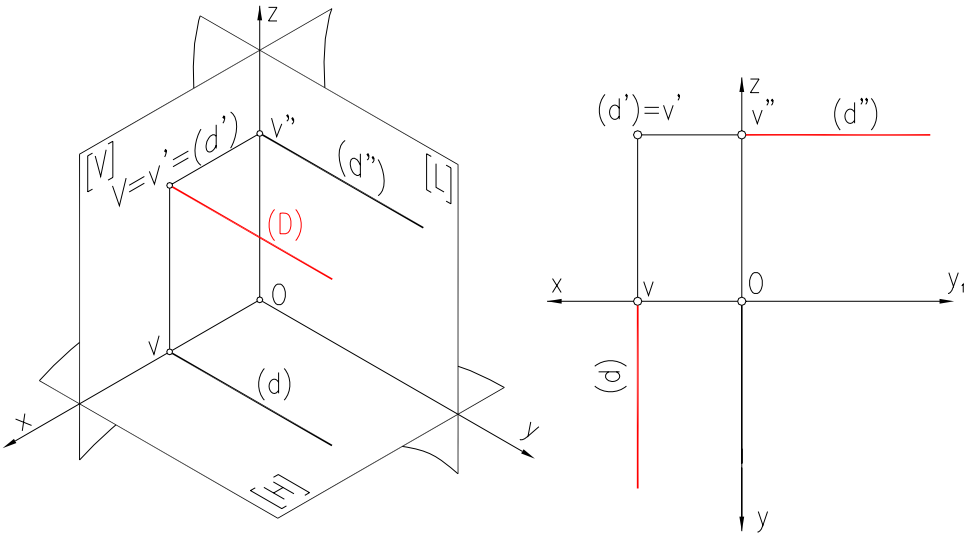
b. Dreptele perpendiculare pe planele de proiecție (fig.2.5 - 2.7).
-Dreapta verticală ***(D)***-perpendiculară pe ***[H]*** (fig.2.5.a şi b).



a **b**

Fig. 2.5

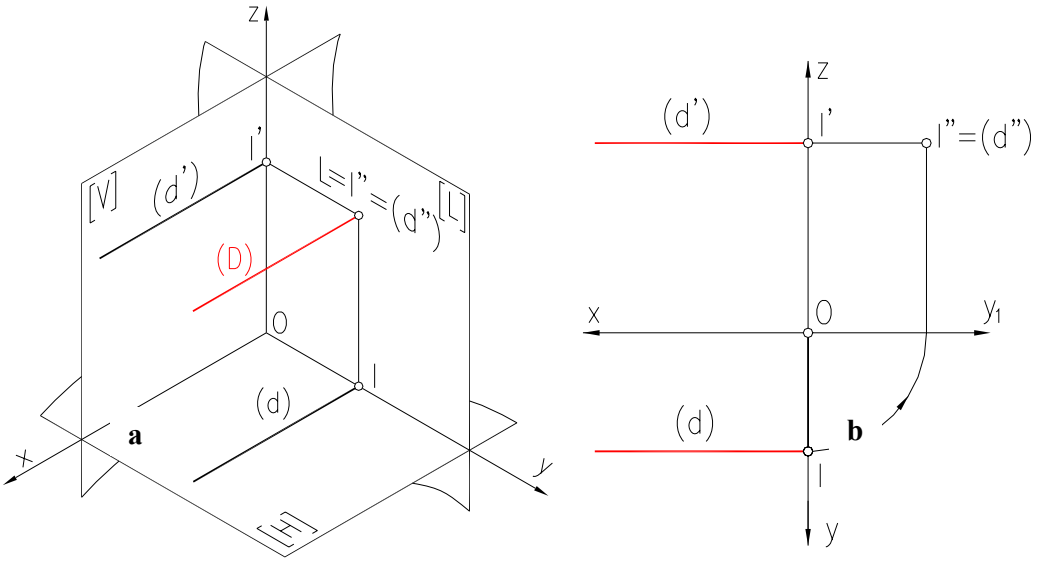
- Dreapta de capăt ***(D)***-perpendiculară pe ***[V]*** (fig.2.6.a şi b).



a **b**

Fig. 2.6

-Dreapta fronto-orizontală ***(D)***-perpendiculară pe ***[L]*** (fig.2.7.a şi b).



a **b**

Fig. 2.7

2.1.3. Poziţiile relative ale dreptelor în spaţiu.

Două drepte din spaţiu pot fi concurente (fig.2.8), paralele (fig.2.9) sau oarecare (disjuncte)(fig.2.10).

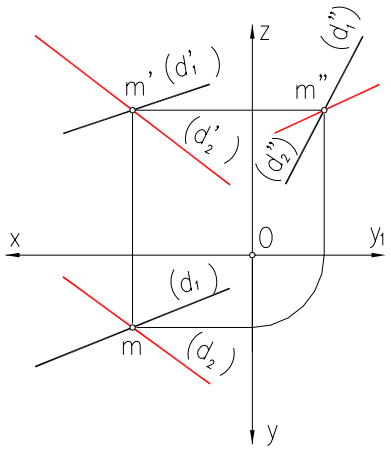


Fig. 2.8

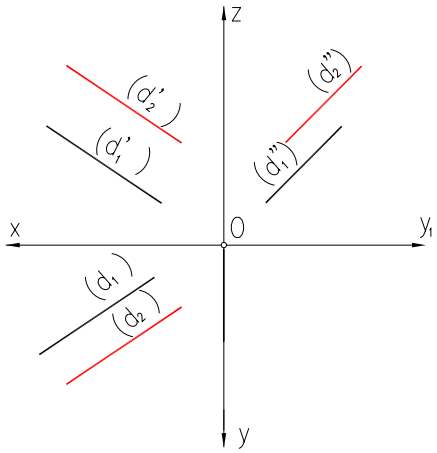


Fig.2.9

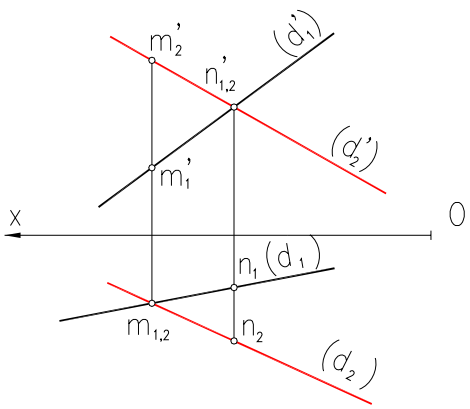


Fig 2.10

In cazul în care două drepte concurente sunt şi perpendiculare, unghiul drept se proiectează în adevărata sa mărime pe unul din planele de proiecţie, dacă una din laturile sale este paralelă cu acel plan.

2.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

2.2.1. Reprezentarea dreptei.

Enunț:

Să se construiască proiecțiile dreptei oarecare ***(D) (d, d′, d″)*** definită de punctele ***A*** şi ***B*** şi să se determine traseul ei (tabelul 2.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297)(fig 2.11); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.11).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A*** şi ***B*** (tabelul 2.1) şi se precizează poziția lor în spațiu:

$A(17,-42,-5) \in III_1$; $B(-45,-5,-23) \in III_2$.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A*** şi ***B*** (fig.2.11).

1.6. Proiecțiile dreptei oarecare ***(D) (d, d′, d″)*** definită de punctele ***A*** şi ***B*** se construiesc unind proiecțiile de acelaşi fel ale acestor puncte:

-proiecția orizontală ***(d)***a dreptei ***(D)*** se obține prin unirea proiecțiilor orizontale ***a*** şi ***b***;

-proiecția proiecția verticală ***(d′)*** a dreptei ***(D)*** se obține prin unirea proiecțiilor verticale ***a′*** şi ***b′***;

-proiecția laterală ***(d")*** a dreptei ***(D)*** se obține prin unirea proiecțiilor laterale ***a″*** şi ***b″***.

1.7. Pentru determinarea traseului dreptei ***(D)*** se construiesc urmele ei:

-urma orizontală ***H*** a dreptei ***(D)*** se construieşte astfel:se prelungeşte proiecția verticală ***(d′)*** până intersectează axa ***(Ox)*** în ***h′***, proiecția verticală a urmei orizontale(punctul de pe dreaptă cu cota 0) ; proiecția orizontală ***h*** a urmei orizontale ***H*** se obține ducând o linie de ordine din ***h′*** până intersectează proiecția orizontală ***(d)*** a dreptei ***(D)***;proiecția laterală ***h″*** a urmei orizontale ***H*** se determină cunoscând celelalte două proiecții ***h*** şi ***h′***(ca verificare $h'' \in (d'')$);

-urma verticală ***V*** a dreptei ***(D)*** se construieşte astfel:se prelungeşte proiecția orizontală ***(d)*** până intersectează axa ***(Ox)*** în ***v***, proiecția orizontală a urmei verticale(punctul de pe dreaptă cu depărtarea 0) ; proiecția verticală ***v′*** a urmei verticale ***V*** se obține ducând o linie de ordine din ***v*** până intersectează proiecția verticală ***(d′)*** a dreptei ***(D)***;proiecția laterală ***v″*** a urmei verticale ***V*** se determină cunoscând celelalte două proiecții ***v*** şi ***v′***(ca verificare $v'' \in (d'')$);

-urma laterală ***L*** a dreptei ***(D)*** se construieşte astfel: se prelungeşte proiecția orizontală ***(d)*** până intersectează axa ***(Oy)*** în ***l,*** proiecția orizontală a urmei laterale

(punctul de pe dreaptă cu abscisa 0) ; proiecția verticală a urmei laterale ***l′*** se află la intersecția proiecției verticale ***(d′)*** cu axa ***(Oz)*** ; proiecția laterală ***l″*** a urmei laterale ***L***se determină cunoscând celelalte două proiecții ***l*** şi ***l′***(ca verificare ***l″ ∈ (d″)***);

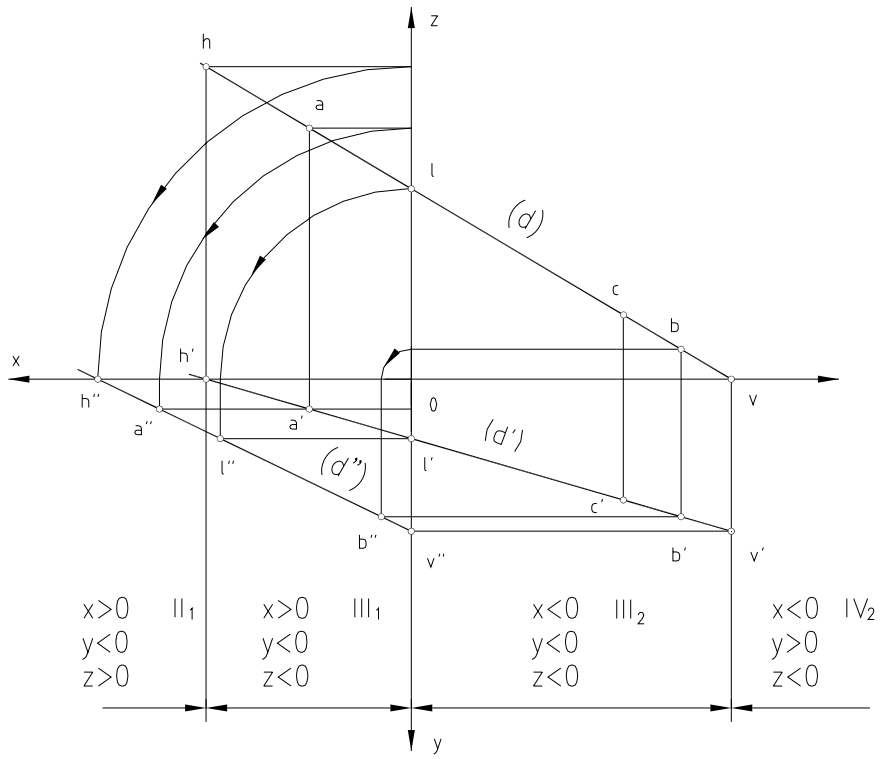
1.8. Cunoscându-se urmele dreptei se pot delimita zonele de trecere ale ei,ducând linii de ordine prin dreptul lor.

1.9. Pentru fiecare zonă în parte se alege arbitrar pe dreaptă un punct; în funcție de semnele coordonatelor sale se determină triedrul căruia îi aparține.De exemplu punctul ***C*** are $x_C<0$, $y_C<0$, $z_C<0$, deci $C \in III_2$.

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.11)

Tabelul 2.1

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	50	50	50	50	50	20	20	20	20	20
	y	55	45	40	35	30	30	20	20	10	5
	z	5	15	20	25	20	30	40	45	50	55
B	x	20	30	20	20	20	50	50	50	50	50
	y	20	20	10	10	5	55	45	40	35	30
	z	25	40	45	55	55	5	10	20	15	20
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	-10	-10	-10	-10	-10	-50	-50	-50	-50	-50
	y	50	45	40	35	30	10	15	10	10	5
	z	15	20	25	30	35	30	40	45	50	55
B	x	-50	-50	-50	-50	-50	-10	-10	-10	-10	-10
	y	15	10	15	10	5	50	45	40	20	30
	z	30	40	45	50	55	10	20	25	30	25
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	20	20	20	20	20	-15	40	45	50	***17***
	y	10	20	20	20	15	40	45	40	35	***-42***
	z	35	20	15	5	0	25	15	20	25	***-5***
B	x	-15	40	45	50	55	20	20	20	20	***-45***
	y	40	45	50	35	30	10	15	20	20	***-5***
	z	10	5	20	25	30	60	35	5	0	***-23***



A(17,−42,−5)∈ III1

B(−45,−5,−23)∈III2

Enunt: Sa se construiasca proiectiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definita de punctele A si B si sa se determine traseul ei.

Lucrarea nr. 2.2.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansej Reprezentarea dreptei
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.2.11

2.2.2. Drepte concurente şi perpendiculare

Enunț:

Să se construiască proiecțiile dreptei oarecare ***(D) (d, d′, d")*** definită de punctele ***A*** şi ***B***; printr-un punct ***M*** să se construiască o dreaptă ***(D_1) (d_1, d_1', d_1")*** perpendiculară pe ***(D)*** (tabelul 2.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 2.12); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.12).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A, B, M*** (tabelul 2.2) şi se precizează poziția lor în spațiu :

A(30,10,-25) ∈ IV_1, B(30,30,-10) ∈ IV_1 şi ***M(20,30,25) ∈ I_1***

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A***,***B*** şi ***M*** conform modelului(fig.2.12).

1.6. Proiecțiile dreptei oarecare ***(D) (d, d′, d″)*** definită de punctele ***A*** şi ***B*** se obțin astfel:

-proiecția orizontală ***(d)***a dreptei ***(D)*** se obține prin unirea proiecțiilor orizontale ***a*** şi ***b*** ;

-proiecția verticală ***(d′)***a dreptei ***(D)*** se obține prin unirea proiecțiilor verticale ***a′***şi ***b′***;

-proiecția laterală ***(d")***a dreptei ***(D)*** se obține prin unirea proiecțiilor laterale ***a″***şi ***b″***.

1.7. Dreapta ***(D)*** este o dreaptă de profil deoarece punctele sale ***A*** şi ***B*** au aceiaşi abscisă, deci fiind o dreaptă paralelă cu planul lateral de proiecție unghiul drept se va proiecta în adevărata sa marime în acest plan.

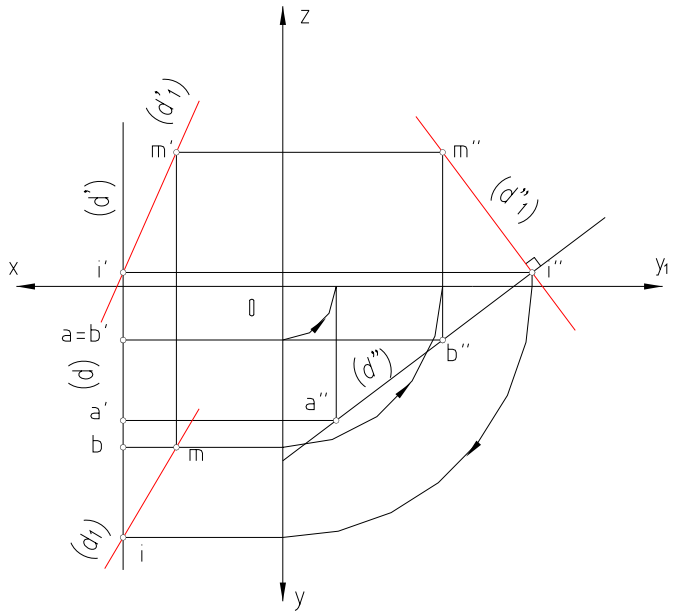
1.8. Se va construi proiecția laterală a perpendicularei ***(d_1")*** astfel:prin ***m"*** se construieşte o perpendiculară pe ***(d")*** în ***i"***care este proiecția laterală a punctului de intersecție ***I***; proiecția orizontală ***i*** a punctului de intersecție ***I***, este pe ***(d)*** proiecția orizontală a dreptei ***(D)*** iar proiecția verticală ***i′***a punctului de intersecție ***I,*** este pe ***(d′)*** proiecția verticală a dreptei ***(D)*** .

1.9. Se construiesc proiecțiile perpendicularei ***(D_1) (d_1, d_1', d_1'')*** pe dreapta ***(D)***, cunoscându-se proiecțiile punctelor care o determină ***M*** şi ***I*** (fig.2.12).

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.12).

Tabelul 2.2

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	x	65	60	55	50	45	65	60	55	50	45	10	15	20	25	30
	y	5	10	15	20	25	10	15	20	25	30	15	20	25	30	35
	z	10	15	20	25	30	5	10	15	20	25	50	45	40	35	30
B	x	25	20	15	10	5	25	20	15	10	5	10	15	20	25	30
	y	40	45	50	55	60	10	15	20	25	30	40	45	50	55	60
	z	10	15	20	25	30	40	45	50	55	60	30	25	20	15	10
M	x	35	30	25	20	15	35	30	25	20	15	25	30	35	40	45
	y	10	15	20	25	30	20	25	30	35	40	10	15	20	25	30
	z	20	25	30	35	40	10	15	20	25	30	35	30	25	20	15
Varianta Punctul		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30	15	20	25	30	***30***
	y	5	10	15	20	25	20	25	30	35	40	15	20	25	30	***10***
	z	20	25	30	35	40	5	10	15	20	25	50	45	40	35	***-25***
B	x	30	35	40	45	50	30	35	40	45	50	15	20	25	30	***30***
	y	15	20	25	30	35	20	25	30	35	40	35	40	45	50	***30***
	z	20	25	30	35	40	15	20	25	30	35	25	20	50	60	***-10***
M	x	15	15	25	30	35	15	20	25	30	35	30	30	35	40	***20***
	y	20	30	30	35	40	25	30	35	40	50	20	25	40	50	***30***
	z	25	40	35	50	55	20	25	30	35	40	30	20	30	40	***25***



A(30,10,−25)∈IV1 B(30,30,−10)∈IV1 M(20,30,25)∈I1

Enunt: Sa se construiasca proiectiile dreptei oarecare (D) (d,d',d") definita de punctele A si B; printr−un punct M sa se construiasca o dreapta (D1) (d1,d1',d1") perpendiculara pe (D).		
Lucrarea nr. 2.2.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Drepte concurente si perpendiculare.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea − sectia − grupa IT − CA − 2156

Fig.2.12

2.3. TEME

2.3.1. Drepte perpendiculare.

Enunț:

Să se construiască proiecțiile unui cub $ABCDA_1\ B_1\ C_1\ D_1$ cu latura $/AB/$ şi baza $[ABCD]$ situată într-un plan de proiecție (tabelul 2.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 2.13); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.13).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor **A** şi B **(**tabelul 2.3) şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(0,5,0) \in (Oy)$, $B(30,0,0) \in (Ox)$, baza $[ABCD] \in [H]$, $y_C > y_B$

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A,B conform modelului(fig.2.13).

1.6. Proiecțiile dreptei $/AB/$ definită de punctele A şi B se obțin astfel:

-proiecția orizontală $/ab/$a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor orizontale a şi b ;

-proiecția verticală $/a'\,b'/$a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor verticale a'şi b';

-proiecția laterală $/a''b''/$a laturii $/AB/$ obține prin unirea proiecțiilor laterale a''şi b''.

1.7. Baza cubului fiind un pătrat în planul orizontal de proiecție,acesta se va proiecta în adevărata mărime în acest plan.Deci punctele C şi D se vor afla pe perpendicularele duse din A şi B pe latura $/AB/$, respectându-se şi conditia $y_c > y_b$.

1.8. Laturile cubului $/AA_1/$, $/BB_1/$, $/CC_1/$ şi $/DD_1/$ vor fi perpendiculare pe planul $[H]$, deci nişte drepte verticale având mărimea laturii $/AB/$.

1.9. Se constriesc proiecțiile acestor verticale.

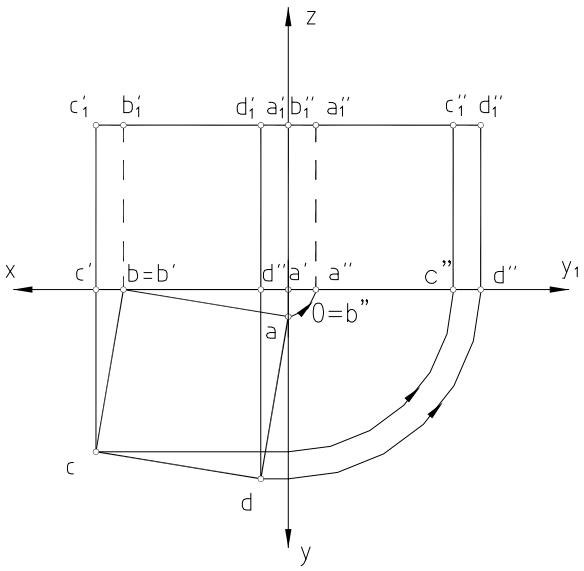
1.10.Prin unirea punctelor A_1, B_1, C_1şi D_1 se obține şi baza superioară a cubului $[A_1B_1C_1\ D_1\ ]$.

1.11.Proiecția verticală $/b'\,b_1'/$a laturii $/BB_1/$ şi proiecția laterală $/a''a''_1/$ a laturii $/AA_1/$ fiind muchii acoperite de fețele vizibile ale cubului se vor reprezenta cu linie întreruptă.

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.13).

Tabelul 2.3

Varianta punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	x	10	5	15	15	20	0	0	0	0	0	50	45	45	50	55
	y	0	0	0	0	0	35	30	40	45	50	20	15	25	35	20
	z	25	30	35	15	40	10	15	20	10	20	0	0	0	0	0
B	x	35	30	40	45	50	0	0	0	0	0	25	15	15	20	30
	y	0	0	0	0	0	10	5	15	15	20	10	10	15	25	10
	z	10	15	20	10	20	25	30	35	15	40	0	0	0	0	0
ABCD∈		[V] $x_C > x_B$					[L] $y_C > y_B$					[H] $y_C > y_B$				
Varianta punctul		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	25	15	15	20	30	0	0	0	0	0	35	30	40	45	***0***
	y	0	0	0	0	0	50	45	45	50	55	10	15	20	10	***5***
	z	10	10	15	25	10	20	15	25	35	20	0	0	0	0	***0***
B	x	50	45	45	50	55	0	0	0	0	0	10	5	15	15	***30***
	y	0	0	0	0	0	25	15	15	20	30	25	30	35	15	***0***
	z	20	15	25	35	20	10	10	15	25	10	0	0	0	0	***0***
ABCD∈		[V] $x_C < x_B$					[L] $y_C < y_B$					***[H]*** $\boldsymbol{y}_C > \boldsymbol{y}_B$				



A(0, 5, 0)∈(oy)

B(30, 0, 0)∈(ox)

[ABCD]∈[H]

yc>yB

Enunt: Sa se construiasca proiectiile unui cub [ABCDA1B1C1D1] cu latura |AB| si baza [ABCD] situata intr-un plan de proiectie.

Tema nr. 2.3.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea planşei Drepte concurente si perpendiculare
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 2.13.

2.3.2. Drepte particulare.

Enunț:

Să se reprezinte proiecțiile tetraedrului regulat ***[SABC]*** cu latura ***/AB/*** şi baza ***[ABC]*** situată într-un plan de proiectie (tabelul 2.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 2.14); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.14).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A*** şi ***B*** (tabelul 2.4)şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(45,15,0) \in [H],\ B(10,40,0) \in [H],\ y_C > y_B$

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A***,***B*** conform modelului(fig.2.14).

1.6. Proiecțiile dreptei ***/AB/*** definită de punctele ***A*** şi ***B*** se obțin astfel:

-proiecția orizontală ***/ab/***a laturii ***/AB/*** se obține prin unirea proiecțiilor orizontale ***a*** şi ***b*** ;

-proiecția verticală ***/a′b′/***a laturii ***/AB/*** se obține prin unirea proiecțiilor verticale ***a′*** şi ***b′***;

-proiecția laterală ***/a″b″/***a laturii ***/AB/*** se obține prin unirea proiecțiilor laterale ***a″*** şi ***b″***.

1.7. Baza ***[ABC]*** a tetraedrului regulat ***[SABC]*** fiind în planul***[H],*** se va construi triunghiul echilateral ***[ABC]*** în acest plan.

1.8. Pentru constuirea tetraedrului trebuie determinată înălțimea lui ***/SG/***,care este o dreaptă verticală şi totodată una dintre catetele triunghiului dreptunghic care are ca ipotenuză chiar latura tetraedrului; unghiul drept al acestui triunghi este în ***G***(ortocentrul triunghiului echilateral ***[ABC]***).Rabătând (rotind)acest triunghi în planul ***[H]*** după segmentul ***/gb/*** se obține adevărata mărime a acestui triunghi ***[S_o gb]*** şi deci adevărata mărime a înălțimii ***/SG/***, ***/S_o g/*** (fig.2.14).

1.9. Cunoscând adevărata mărime a verticalei ***/SG/***(înălțimea tetraedrului) se pot determina proiecțiile acestuia unind proiecțiile de acelaşi fel ale vârfurilor sale ***A, B, C, S***.

1.10. Proiecția verticală ***/s′a′/*** a laturii ***/SA/***şi proiecția laterală ***/s″b″/*** a laturii ***/SB/*** fiind proiecțiile unor muchii acoperite de fețele vizibile ale tetraedrului, se vor reprezenta cu linie întreruptă.

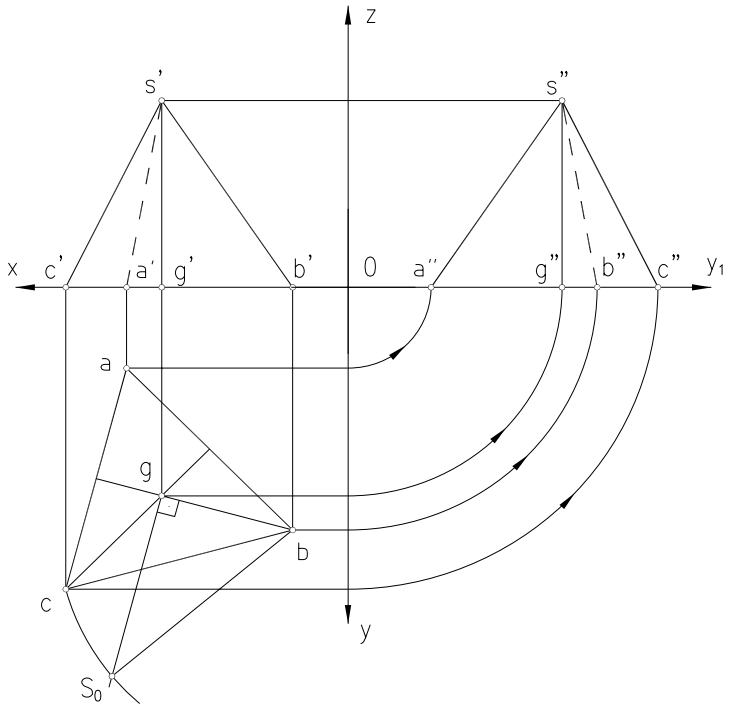
1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.14).

Tabelul 2.4

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	5	10	15	15	20	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	40	45	50	55	60
	z	30	25	35	15	40	15	10	20	10	20
B	x	40	45	50	55	60	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	5	10	15	15	20
	z	15	10	20	10	20	30	25	35	15	40
ABC$\in$		[V] $z_C > z_B$					[L] $z_C > z_A$				
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	40	45	50	55	60	5	10	10	15	10
	y	10	15	20	25	30	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	30	20	35	35	15
B	x	5	10	10	15	10	40	45	50	55	60
	y	30	20	35	35	15	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	10	15	20	25	30
ABC$\in$		[H] $y_C > y_B$					[V] $z_C > z_B$				

Tabelul 2.4
continuare

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	0	0	0	0	0	40	45	50	55	***45***
	y	40	45	50	55	60	15	10	20	10	***15***
	z	10	15	20	25	30	0	0	0	0	***0***
B	x	0	0	0	0	0	5	10	15	15	***10***
	y	5	10	10	15	10	30	25	35	15	***40***
	z	30	20	35	35	15	0	0	0	0	***0***
ABC∈		[L] $z_C > z_A$					***[H]*** $y_C > y_B$				



$A(45,15,0) \in [H]$ $B(10,40,0) \in [H]$ $y_C > y_B$

Enunt: Sa se reprezinte proiectiile tetraedrului regulat [SABC] cu latura |AB| si baza [ABC] situata intr-un plan de proiectie

Tema nr. 2.3.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Drepte particulare
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.2.14

3. REPREZENTAREA PLANULUI

3.1. GENERALITĂȚI

Un plan este definit , în general, prin trei puncte necoliniare sau prin o dreaptă şi un punct exterior, două drepte concurente sau două drepte paralele (fig.3.1).

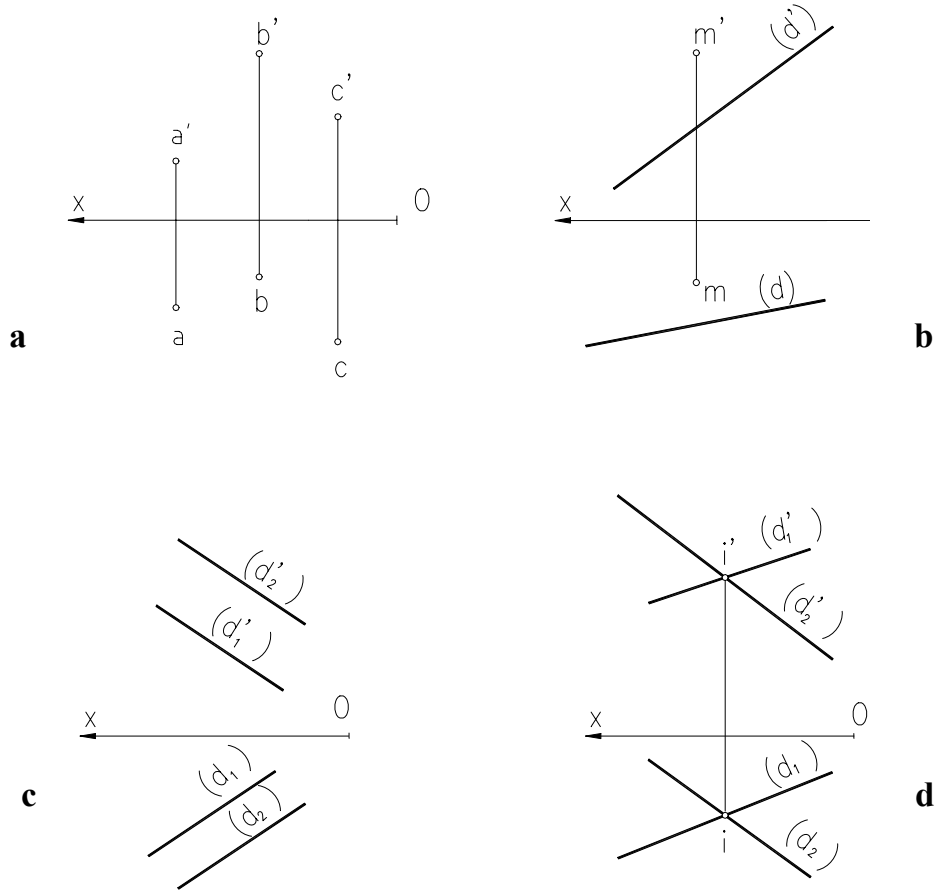


Fig. 3.1

3.1.1. Urmele planului.

Urmele unui plan ***[P]*** sunt dreptele sale de intersecție cu planele de proiecție(fig.3.2):

-urma orizontală:

(Ph)⇒[P]∩[H],

-urma verticală:

(Pv)⇒[P] ∩ [V],

-urma laterală:

(Pl)⇒[P] ∩ [L].

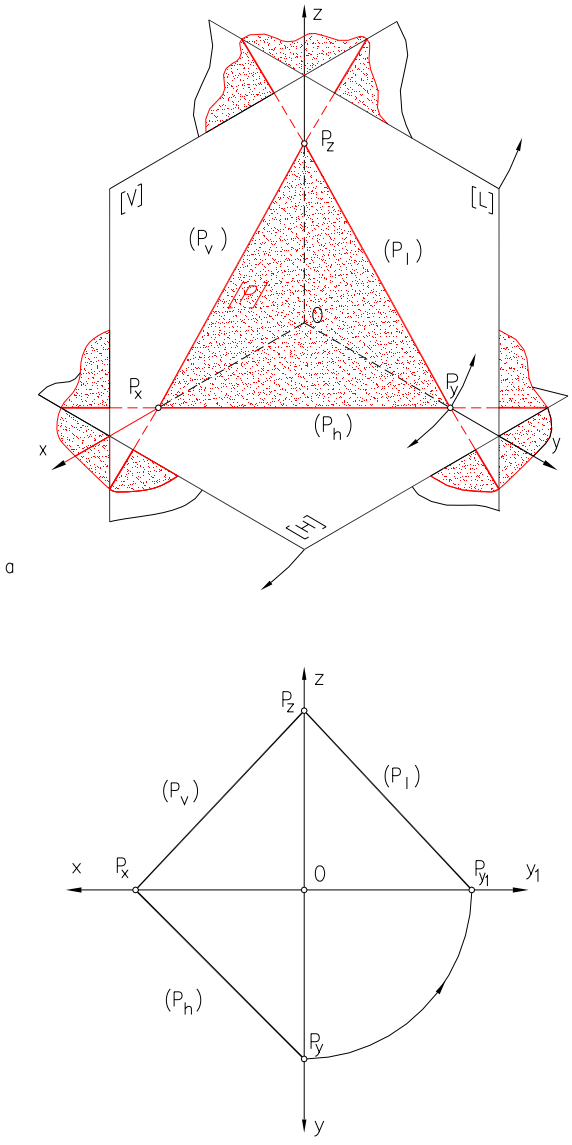


Fig. 3.2

3.1.2. Dreaptă şi punct în plan.

O dreaptă aparţine unui plan dacă urmele sale aparţin urmelor de acelaşi fel ale planului (fig.3.3):

$$(D) \in [P] \Rightarrow v' \in (Pv)$$
$$h \in (Ph).$$

Un punct aparţine unui plan dacă aparţine unei drepte conţinute în plan (fig.3.3).

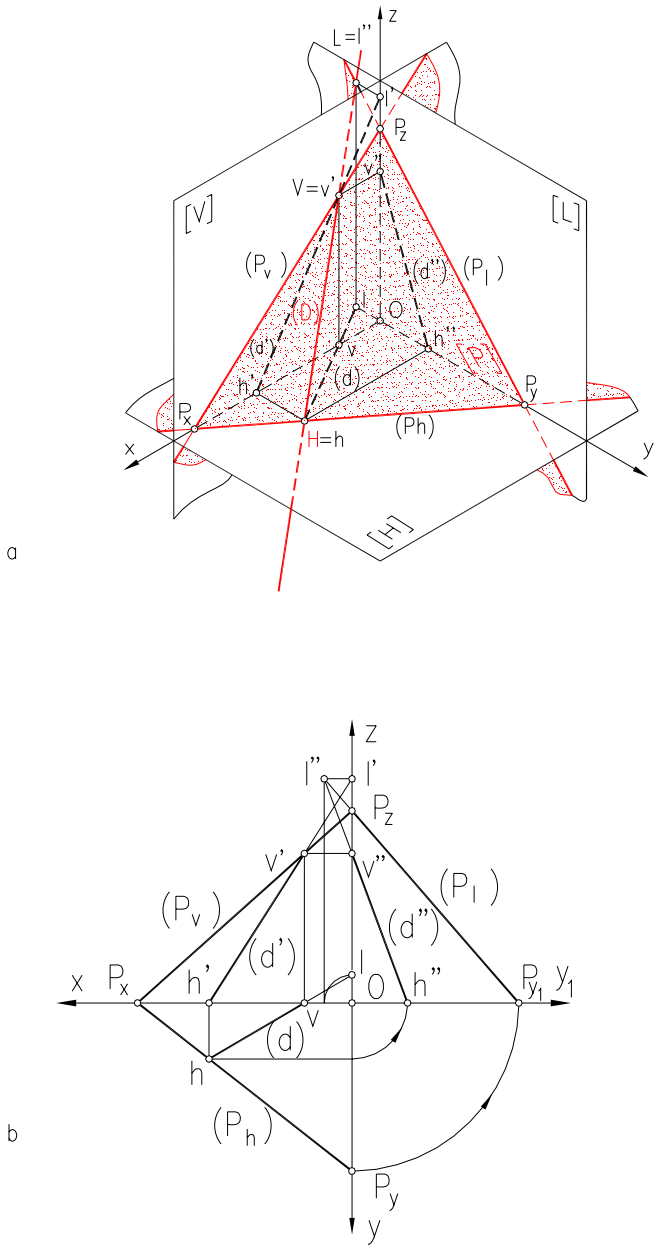
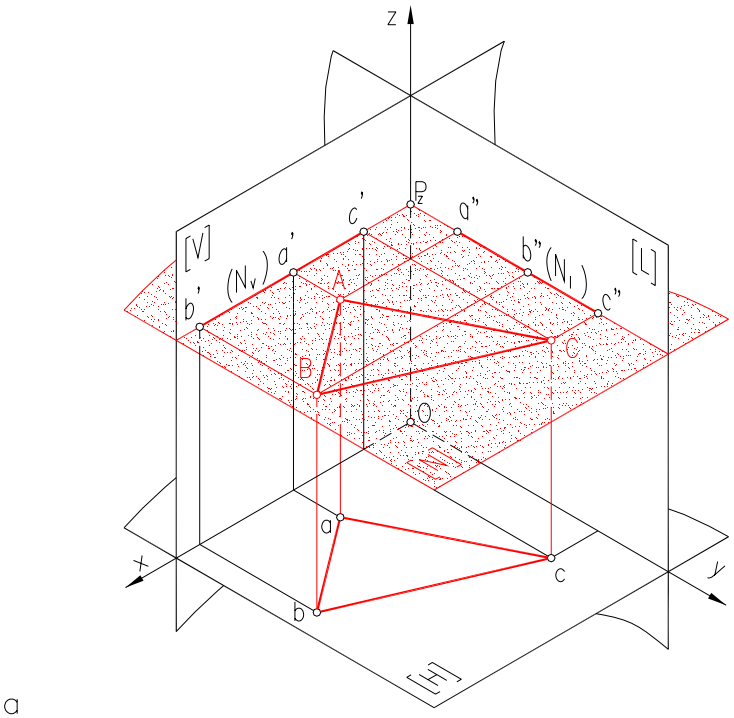


Fig. 3.3

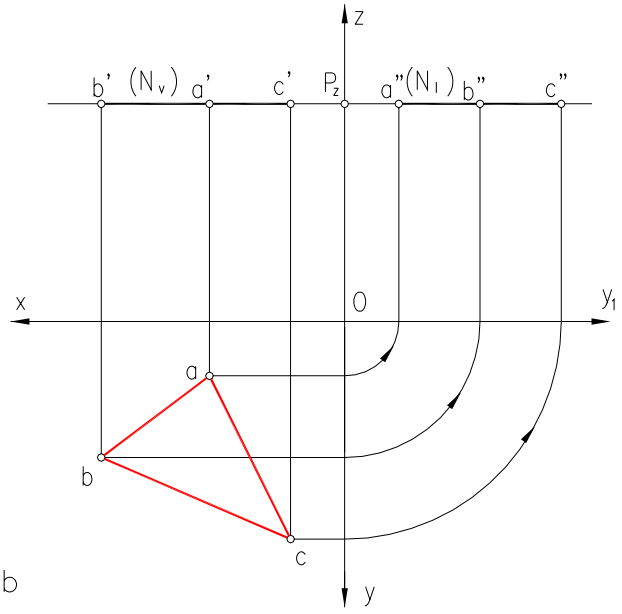
3.1.3. Plane particulare.

a. Plane paralele cu planele de proiecție (fig.3.4 - 3.6) .

-Planul de nivel ***[N]//[H]*** .(fig.3.4)



a



b

Fig. 3.5

-Planul frontal ***[F]//[V]*** (fig.3.5).

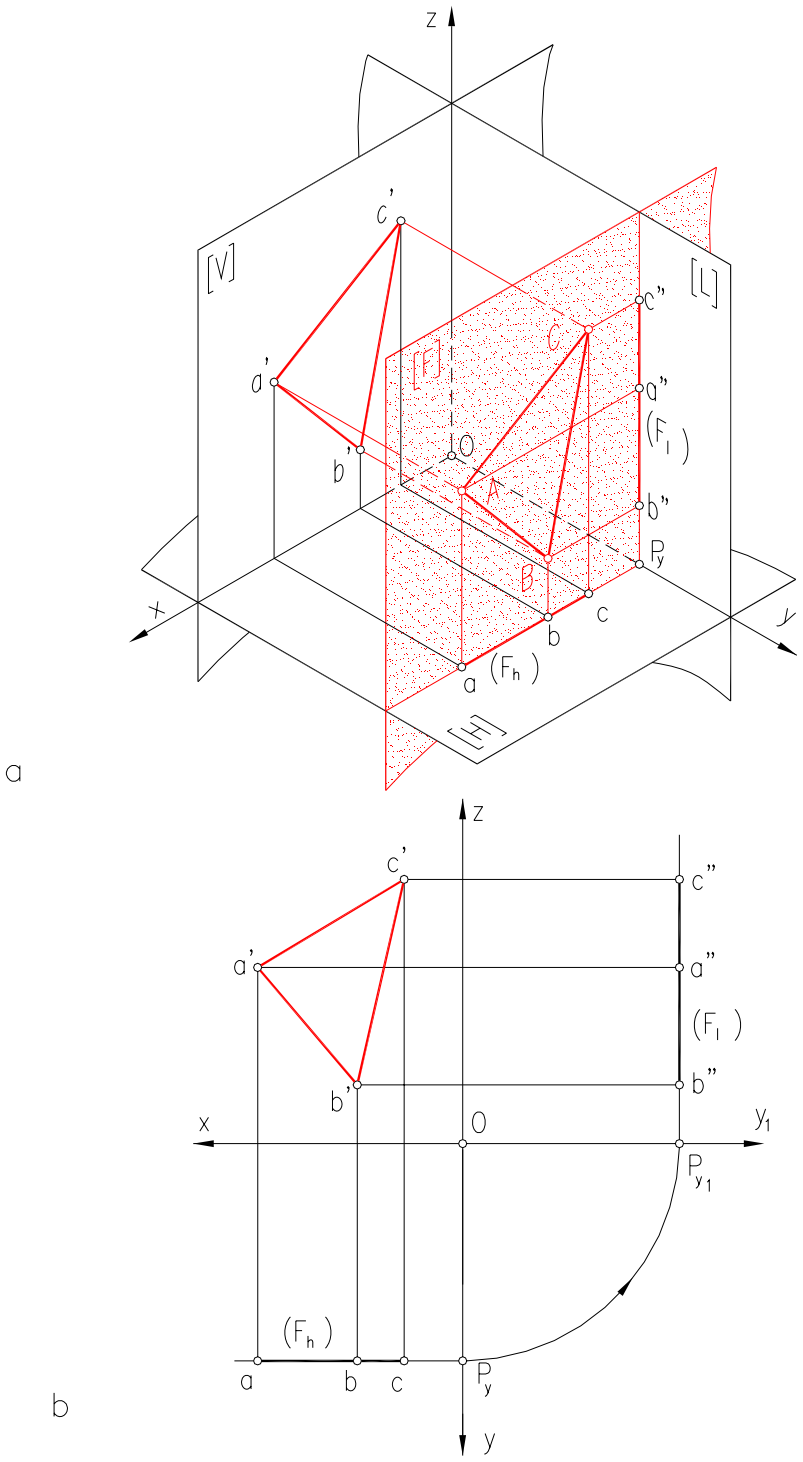


Fig. 3.5

-Planul de profil ***[P]//[L]*** (fig.3.6).

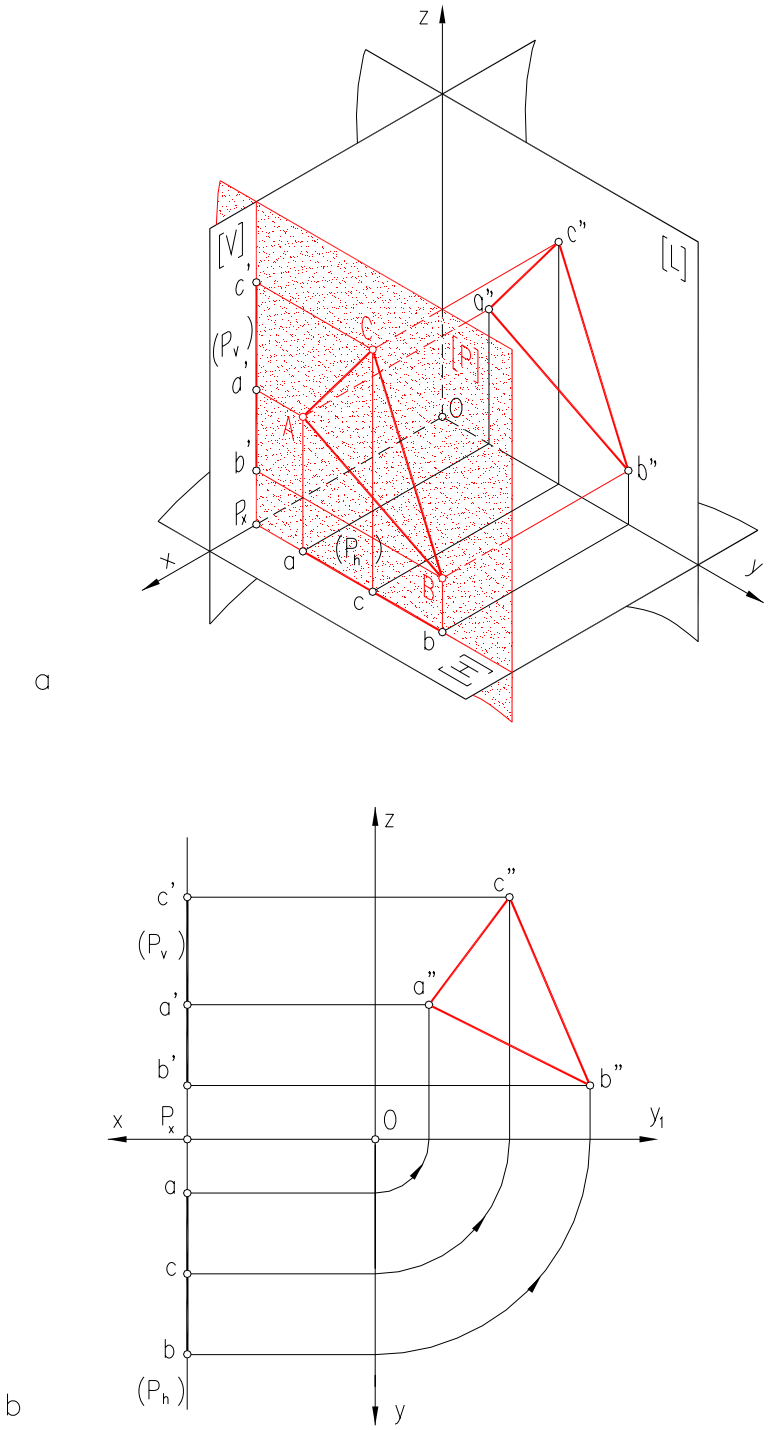
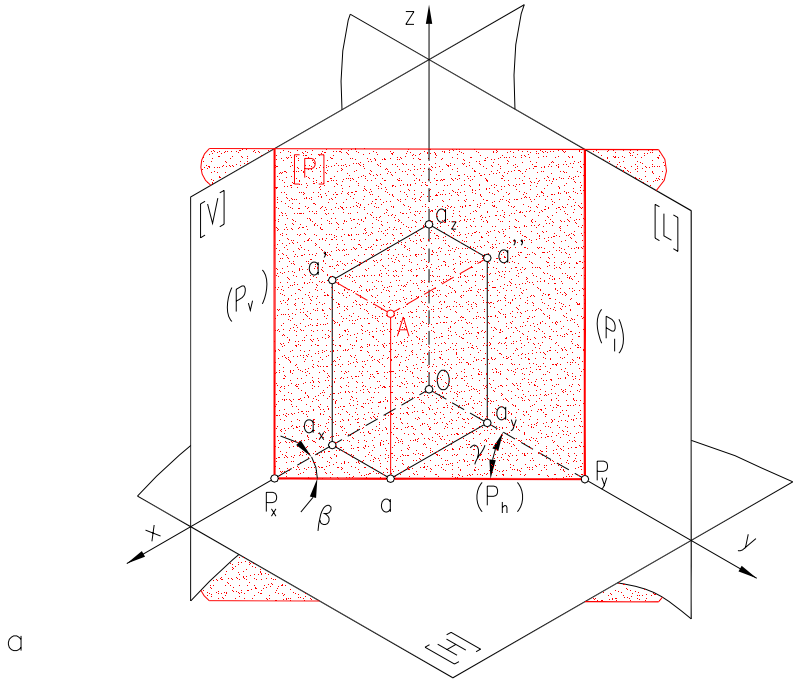
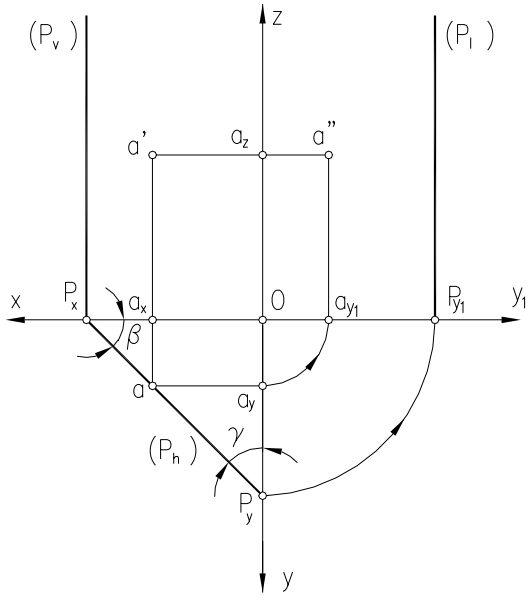


Fig. 3.6

a. Plane perpendiculare pe planele de proiecție (fig.3.7 - 3.9).
-Planul vertical ***[P]⊥ [H]*** (fig.3.7)



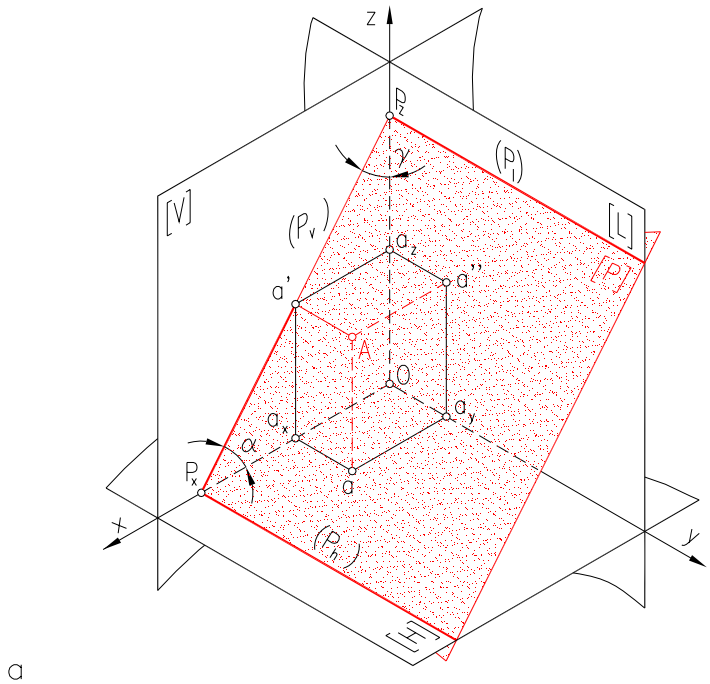
a



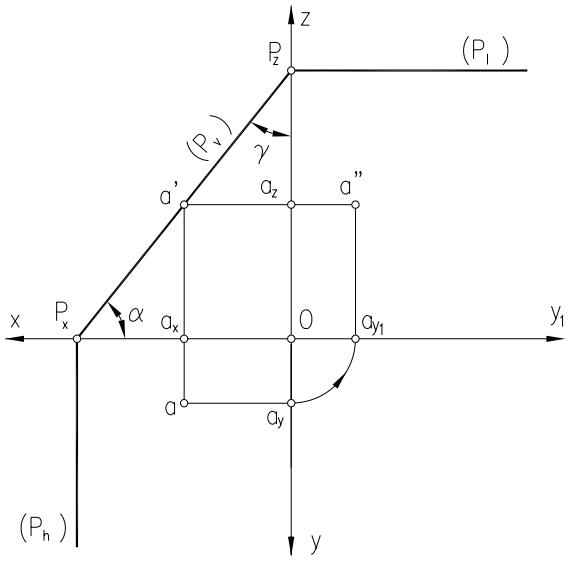
b

Fig. 3.7

-Planul de capăt ***[P] ⊥ [V]*** (fig.3.8).



a



b

Fig. 3.8

-Planul fronto-orizontal ***[P] ⊥ [L]*** (fig.3.9)

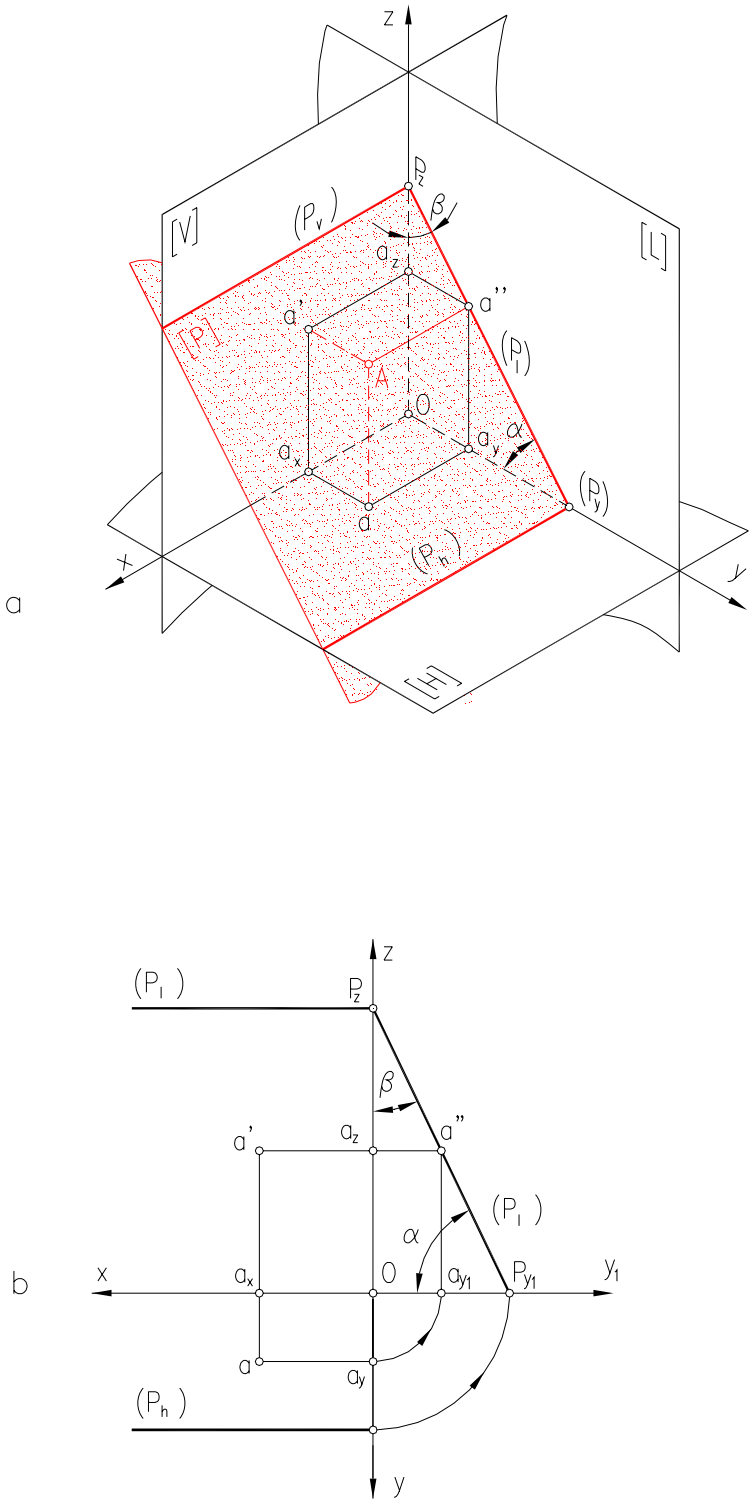


Fig. 3.9

3.1.4. Poziţiile relative ale planelor.

Două plane pot fi concurente atunci când urmele lor sunt concurente (fig.3.10) şi paralele urmele lor de acelaşi fel sunt paralele (fig.3.11).

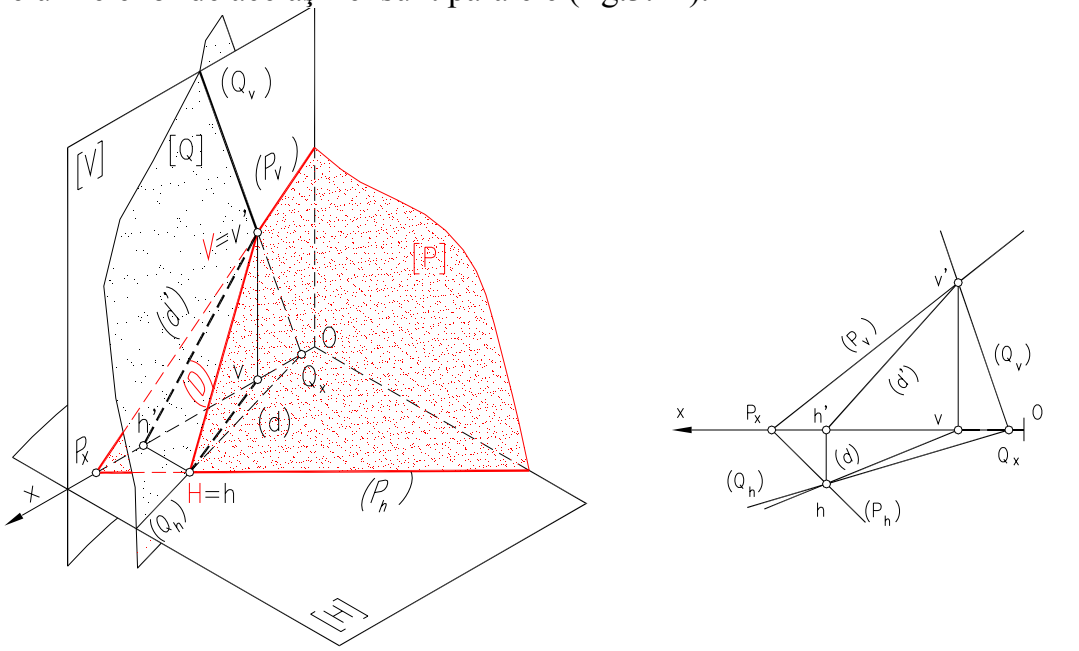


Fig. 3.10

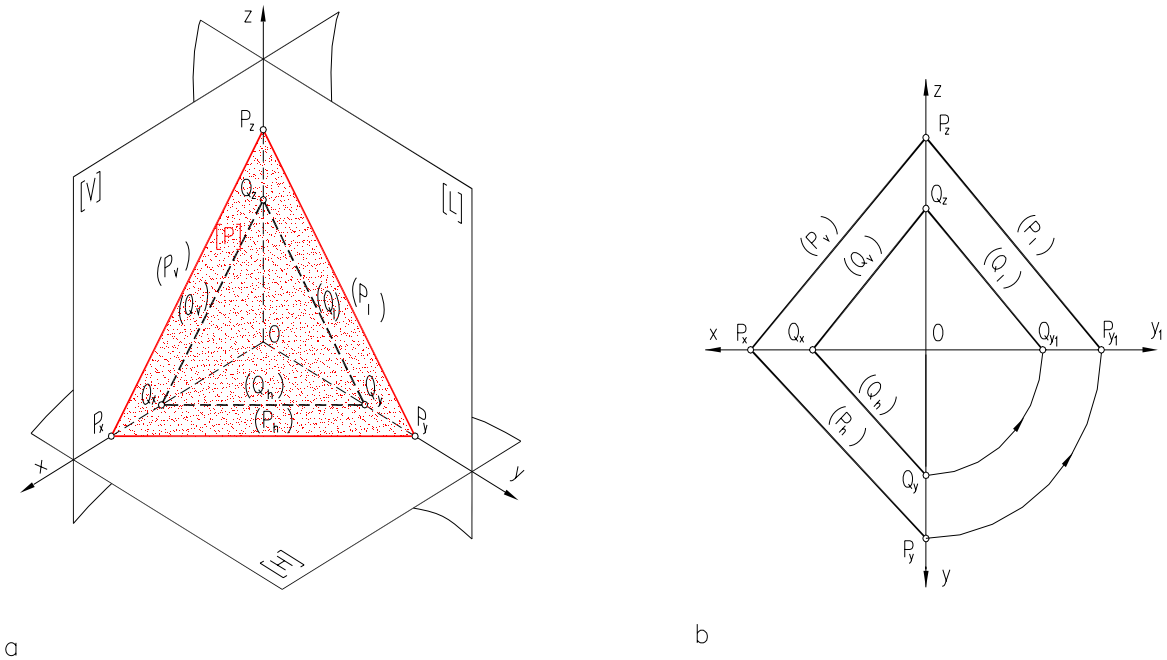


Fig. 3.11

3.1.5. Poziţiile relative ale dreptei faţă de plan.

O dreaptă poate fi paralelă cu un plan (fig.3.12) sau concurentă cu un plan (fig.3.13).

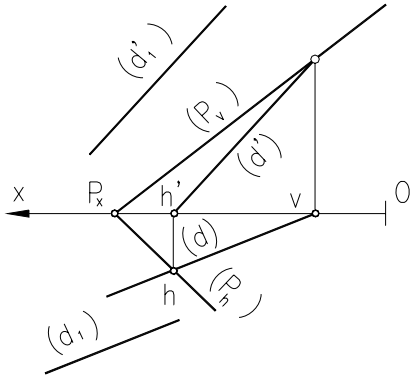


Fig. 3.12

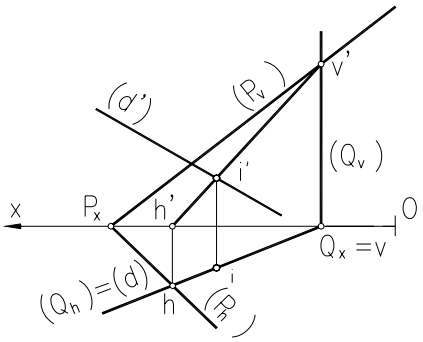


Fig. 3.13

Dacă o dreaptă este perpendiculară pe un plan, proiecţiile sale vor fi perpendiculare pe urmele de acelaşi fel ale planului.

Un plan ***[P]*** este perpendicular pe un plan ***[Q]*** dacă una din dreptele sale ***(D)*** este perpendiculară pe planul ***[Q]*** (fig.3.14).

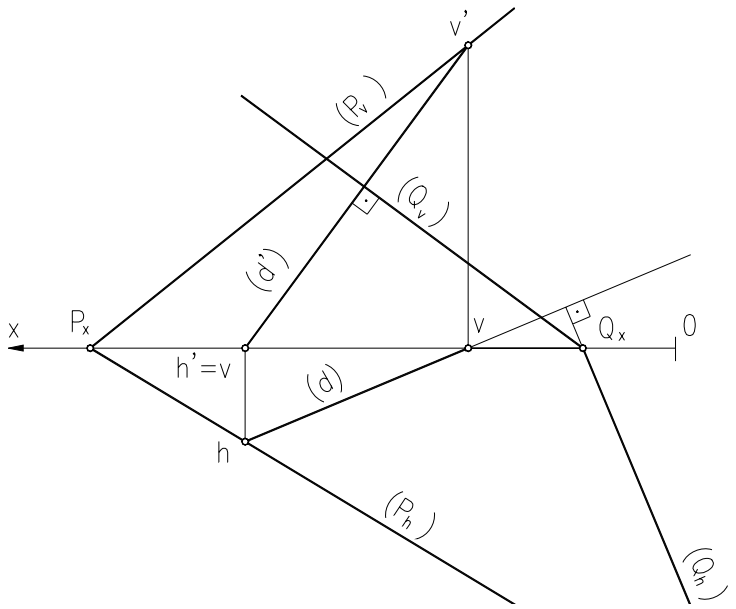


Fig. 3.14

3.2. VIZIBILITATEA ÎN EPURĂ

În rezolvarea unor probleme de geometrie descriptivă se pune problema determinării ***vizibilității*** figurilor reprezentate,în special la intersecții (dreaptă - plan, intersecția planelor sau a corpurilor geometrice) sau la reprezentarea unor corpuri geometrice, considerate opace.

Proiecțiile acestor elemente pe planele de proiecție, considerate şi ele opace, se pot suprapune parțial sau total.

Pentru stabilirea vizibilității în epură se consideră că observatorul priveşte după direcții perpendiculare pe planele de proiecție, fiind situat în primul diedru (triedru).

Vizibilitatea în epură se stabileşte printr-un raționament geometric riguros. La stabilirea vizibilității într-o epură în care sunt reprezentate mai multe elemente din spațiu, este necesar a se observa, atât poziția reciprocă a acestora cât şi poziția pe care elementele considerate o dețin față de planele de proiecție.

Astfel, dacă pe o verticală ***(D)(d, d')*** sunt situate punctele distincte $M_1(m_1,m'_1)$ şi $M_2(m_2,m'_2)$ (fig.3.15 a), se observă că proiecțiile lor orizontale coincid $(m_1 = m_2)$. Prin urmare în proiecție orizontală va fi vizibil punctul M_1 întrucât acesta este mai apropiat de observator.

Prin urmare, pentru determinarea vizibilității unor puncte ale căror proiecții - pe unul din planele de proiecție coincid, sunt comparate distanțele (abcisele, cotele sau depărtările) acestora față de planul de proiecție.

În concluzie, dacă proiecțiile - pe un plan - a două puncte coincid, atunci punctul care se află la distanța cea mai mare față de acel plan de proiecție este vizibil.

Printr-un raționament asemănător determinăm vizibilitatea dintre punctele, $N_1(n_1, n'_1)$ şi $N_2(n_2, n'_2)$, situate pe dreapta de capăt $(\Delta)(\delta, \delta')$(fig. 3.15 b), punctul N_1 devine vizibil pe planul ***[V]*** de proiecție.

Dintre punctele ***M(m, m')*** şi ***N(n, n')***, situate pe fronto-orizontala ***(D)(d, d')*** (fig. 3.15 c), pe baza aceluiaşi raționament, punctul ***M*** devine vizibil pe planul ***[L]*** de proiecție.

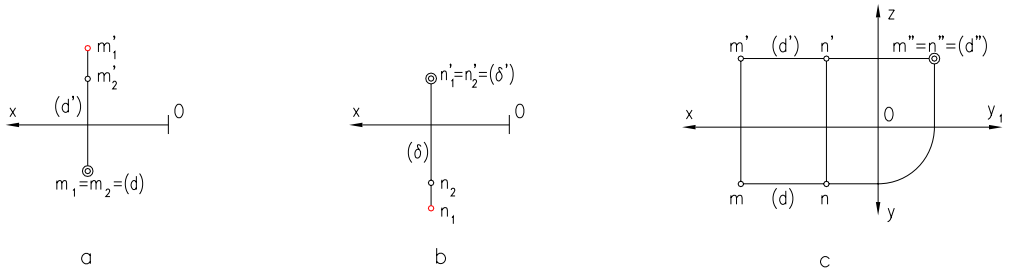


Fig 3.15

Problema de vizibilitate se pune şi în cazul punctelor de concurenţă a proiecţiilor de acelaşi nume pentru două drepte disjuncte (oarecare) ***(D1)(d1,d'1)*** şi ***(D2)(d2,d'2)*** (fig.3.16). Astfel, la intersecţia proiecţiilor orizontale ***(d1)*** şi ***(d2)*** ale dreptelor, proiecţiile orizontale ale punctelor ***M ∈ (D1)*** şi ***N ∈ (D2)*** coincid ***(m = n)***, iar la intersecţia proiecţiilor verticale ***(d'1)*** şi ***(d'2)*,** proiecţiile verticale ale punctelor ***P∈ (D1)*** şi ***Q∈ (D2)*** coincid ***(p' = q').***

Pentru determinarea vizibilităţii acestor puncte, cu ajutorul liniilor de ordine se determină ***m'∈ (d'1), h' ∈ (d'1)*** şi ***p ∈ (d1), q ∈ (d2)***, după care se compară cotele punctelor ***M*** şi ***N*** , respectiv depărtările punctelor ***P*** şi ***Q*** .

Deoarece între coordonatele ale acestor puncte există relaţiile $y_m > z_n$ şi $y_p > y_n$, rezultă că ***M ∈ (D1)*** şi este vizibil pe planul ***[H]***, iar ***P ∈ (D2)*** este vizibil pe planul ***[V]*** de proiecţie.

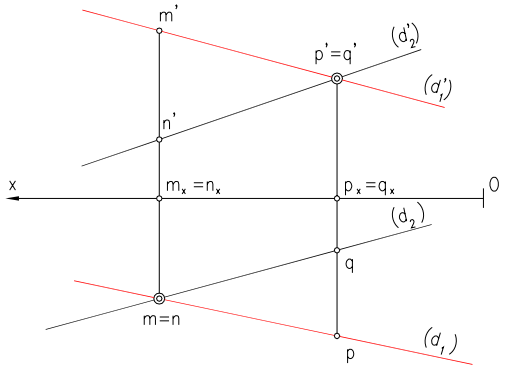


Fig. 3.16

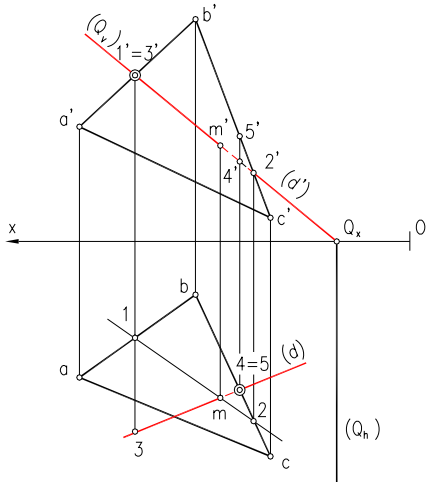


Fig. 3.17

Des întâlnită este şi problema vizibilităţii intersecţiei dintre o dreaptă şi un plan considerat opac. În fig. 3.17, se consideră planul ***[P]*** definit prin punctele : ***A(a, a'), B(b, b')*** şi ***C(c, c')*** şi dreapta ***(D)(d, d')*,** concurentă cu acest plan.

Punctul ***M = (D)∩[P]*** împarte dreapta ***(D)*** în două semidrepte. Pentru determinarea punctului ***M*** , prin dreapta ***(D)(d, d')*** se construieşte planul de capăt ***[Q](Qh ,Qv)*** care intersectează planul ***[A B C]*** după dreapta ***(12)(12, 1'2')*.**

Prin urmare, ***M(m, m') = (D) ∩ (12)*.**

Pentru stabilirea vizibilităţii pe planul ***[H]*** de proiecţie, se compară cotele punctelor ***4 ∈(D)*** şi ***5 ∈[A B C]***. Întrucât $z_5 > z_4$, rezultă că segmentul ***/M 4/*** nu este vizibil în proiecţie orizontală.

Pentru stabilirea vizibilităţii pe planul ***[V]*** de proiecţie, se compară depărtările ***3 ∈(D)*** şi ***1 ∈[A B C].*** Se observă că depărtările acestor puncte se află în relaţia $y_3 > y_1$**.**

Rezultă că segmentul ***/M 3/*** este vizibil în proiecţie verticală. Dreapta ***(D)*** este vizibilă, pe ambele plane de proiecţie, în afară proiecţiilor triunghiului***[A B C]***.

3.3. LUCRĂRI DE LABORATOR

3.3.1. Plan definit de două drepte concurente. ***(D)∩(D$_1$)***

Enunț:

Să se reprezinte urmele planului ***[P]*** definit de două drepte concurente ***(D) ∩ (D$_1$)***; ***(D)=(AB)*** şi ***(D$_1$)=(AC)*** (tabelul 3.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 3.18); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.18).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A***,***B,C*** (tabelul 3.1) şi se precizează poziția lor în spațiu :

A(35,10,30) ∈ I$_1$, B(60,35,0) ∈ I$_1$, C(20,50,10) ∈ I$_1$.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A***,***B,C*** conform modelului(fig.3.18).

1.6. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(D)*** , definită de punctele ***A*** şi ***B*** ; ***(D)=(AB).***

1.7. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(D$_1$)*** definită de punctele ***A*** şi ***C*** ; ***(D$_1$)=(AC).***

1.8. Se determină urmele dreptei ***(D)***; urma orizontală ***H (h,h′)*** şi urma verticală ***V (v , v′)*** .

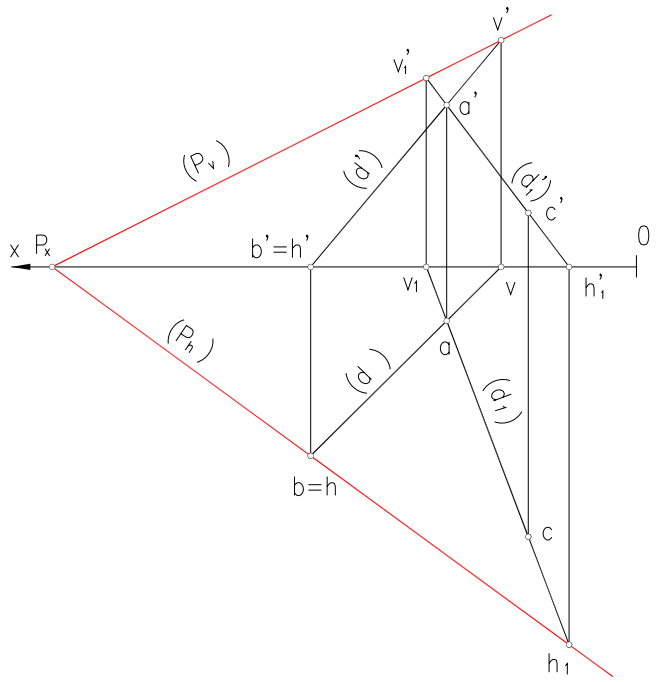
1.9. Se determină urmele dreptei ***(D$_1$)***; urma orizontală ***H$_1$(h$_1$,h′$_1$)*** şi urma verticală ***V$_1$(v$_1$,v′$_1$)*** .

1.10. Urmele planului trebuie să treacă prin urmele de acelaşi fel ale dreptelor care-l determină, astfel ***(Ph) =(hh$_1$) şi (Pv) =(v′v′$_1$)***

1.11.Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.18).

Tabelul 3.1

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	20	20	40	50	55	20	20	55	40	30
	y	5	5	12	15	25	30	40	8	12	15
	z	40	20	20	35	10	20	10	42	20	35
B	x	45	5	25	25	20	5	10	40	20	45
	y	15	55	7	60	60	58	60	16	40	25
	z	5	0	40	10	0	5	0	14	0	10
C	x	-5	30	20	55	45	10	0	70	25	5
	y	50	20	50	20	5	10	0	33	7	60
	z	15	5	0	10	40	50	70	25	40	10
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	35	35	20	20	40	25	55	25	25	35
	y	10	10	10	5	12	15	15	10	10	10
	z	30	30	30	20	20	35	0	30	30	30
B	x	65	50	60	25	20	40	35	50	50	60
	y	30	20	20	35	40	25	10	35	35	20
	z	0	5	0	5	0	10	30	0	0	0
C	x	25	20	5	5	25	5	20	0	5	20
	y	75	50	50	55	7	60	50	70	70	35
	z	5	10	10	0	40	10	10	5	10	10
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	20	20	20	20	20	0	5	10	15	***35***
	y	50	50	50	50	50	80	75	70	40	***10***
	z	10	10	10	10	0	0	5	5	10	***30***
B	x	35	35	35	35	35	35	35	35	35	***60***
	y	10	10	10	10	10	10	10	10	10	***35***
	z	30	30	30	30	30	30	30	30	30	***0***
C	x	65	70	75	80	55	15	60	60	60	***20***
	y	10	5	-20	-15	25	10	35	20	10	***50***
	z	0	0	0	0	0	25	0	0	-20	***10***



A(35,10,30)∈ l1 B(60,35,0)∈ l1 C(20,50,10)∈ l1

Enunt: Sa se reprezinte urmele planului [P] definit de doua drepte concurente (D) ∩ (D1); (D)=(AB) si (D1)=(AC).

Lucrarea nr. 3.3.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Plan [P] definit de (D) ∩ (D1)
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 3.18

3.3.2. Plan definit de o dreaptă oarecare şi o frontală, ***(D)∩(F).***

Enunț:

Să se reprezinte urmele planului ***[P]*** definit de drepta ***(D)=(AB)*** concurentă cu dreapta frontală ***(F).***Frontala ***(F)*** este perpendiculară pe dreapta ***(D)*** în punctul ***A*** (tabelul 3.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 3.19); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.19).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A***,***B*** (tabelul 3.2) şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(30,5,25) \in I_1$; $B(10,35,0) \in [H]$.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A***,***B*** conform modelului(fig.3.19).

1.6. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(D)*** , definită de punctele ***A*** şi ***B*** ;

(D)=(AB).

1.7. Se determină urmele dreptei ***(D):***

-H(h,h′), urma orizontală,

-V(v, v′), urma verticală.

1.8. Prin ***a′*** se duce ***(f′)⊥(d′)*** deoarece frontala ***(F),*** fiind paralelă cu planul ***[V],*** unghiul drept se proiectează în adevărată mărime în acest plan.

1.9. Se determină urma orizontală $H_1\ (h_1, h_1')$ a frontalei ***(F)***.

1.10. Proiecția orizontală a frontalei ***(f)*** va fi paralelă cu ***(Ox);*** (f)***//(Ox)*** .

1.11. Urmele planului trebuie să treacă prin urmele de acelaşi fel ale dreptelor care-l determină,astfel :

-urma orizontală ***(Ph)*** $\underline{def}$ (hh_1) şi

-urma verticală ***(Pv))//(f′)*** deoarece orice frontală a unui plan este paralelă cu urma verticală a acestuia şi $v' \in (Pv)$.

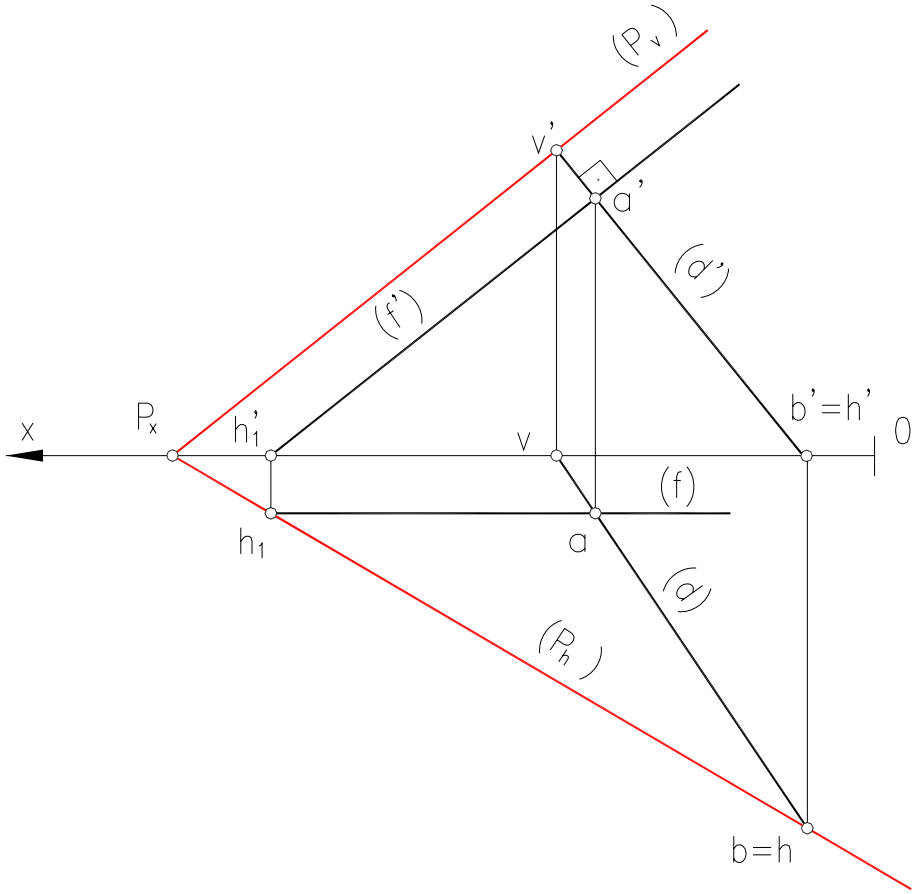
1.12. Verificarea rezolvării:

-urmele ***(Ph)*** şi ***(Pv)*** trebuie să fie concurente în ***Px.***

1.13. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.19).

Tabelul 3.2

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	80	75	80	75	70	60	55	50	45	40
	y	15	5	15	5	20	15	10	15	5	10
	z	35	40	35	40	30	20	25	30	35	20
B	x	105	100	100	105	85	70	70	70	65	65
	y	65	50	50	65	30	35	30	40	25	35
	z	0	10	10	0	10	10	5	10	20	10
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	50	50	25	30	45	30	35	40	50	30
	y	30	30	55	50	30	35	30	30	20	50
	z	35	35	10	15	30	20	25	30	35	15
B	x	25	30	50	50	20	5	10	20	25	45
	y	55	50	30	30	45	60	50	40	40	30
	z	10	15	35	35	15	0	5	15	15	30
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	30	30	15	20	65	45	75	35	35	***30***
	y	5	5	25	20	15	25	10	35	35	***5***
	z	25	25	5	15	35	20	40	15	15	***25***
B	x	15	20	30	30	30	35	35	75	45	***10***
	y	25	20	5	5	40	35	35	10	25	***35***
	z	5	15	25	25	10	15	15	40	20	***0***



A(30,5,25)∈ I1 B(10,35,0)∈ [H]

Enunt: Sa se reprezinte urmele planului [P] definit de dreapta (D)=(AB) concurenta cu dreapta frontala (F). Frontala (F) este perpendiculara pe dreapta (D) in punctul A.		
Lucrarea nr. 3.3.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Plan definit de (D)∩(F)
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 3.19

3.3.3 Plan definit de o dreaptă orizontală şi o dreaptă frontală.

Enunț:

Să se reprezinte urmele planului ***[P]*** definit de o dreapta orizontală ***(O)*** şi concurentă cu o dreapta frontală ***(F)***;***(O)=(AB)***şi ***(F)=(AC)*** (tabelul 3.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 3.20); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.20).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,C*** (tabelul 3.3) şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(70,20,15) \in I_1$, $B(10,55,15) \in I_1$, $C(50,20,35) \in I_1$.

1.5. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(O) (o)*** şi ***(o′),*** definită de punctele ***A*** şi ***B*** ; ***(O)=(AB).***

1.6. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(F) (f)*** şi ***(f′),*** definită de punctele ***A*** şi ***C***; ***(F)=(AC)***.

1.7. Se determină urma orizontală $H_1(h_1, h'_1)$ a dreptei ***(F)***.

1.8. Se determină urma verticală $V_2 (v_2 , v'_2)$ a dreptei ***(O).***

1.9. Urmele planului trebuie să treacă prin urmele de acelaşi fel ale dreptelor care-l determină,astfel

- ***(Ph) // (o)*** prin h_1 , proiecția orizontală a urmei orizontale H_1 a frontalei ***(F)***
- ***(Pv) // (f′)*** prin v'_2, proiecția verticală a urmei verticale a orizontalei ***(O)***.

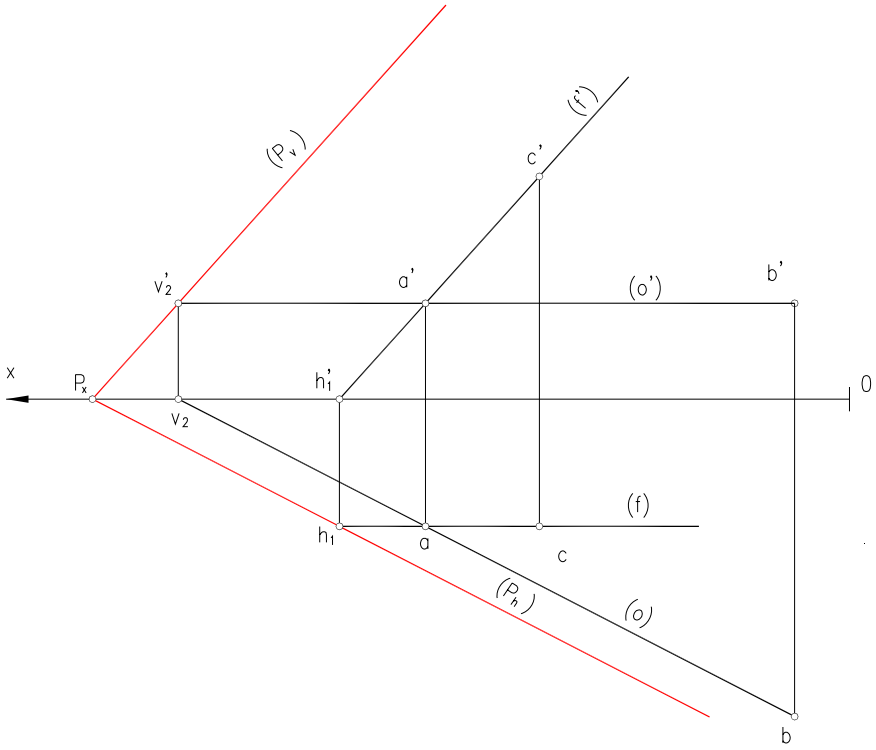
1.10 Verificarea rezolvării:

-urmele ***(Ph)*** şi ***(Pv)*** trebuie să fie concurente în ***Px***

1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.20).

Tabelul 3.3

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	35	50	35	50	35	50	35	50	35	50
	y	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
	z	30	25	30	25	30	25	30	25	30	25
B	x	60	20	60	20	60	20	60	20	60	20
	y	35	15	35	15	35	15	35	15	35	15
	z	30	25	30	25	30	25	30	25	30	25
C	x	20	5	25	10	15	15	5	20	30	30
	y	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
	z	10	65	15	60	5	55	-5	50	25	40
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	65	45	65	45	65	45	65	45	65	45
	y	15	10	15	10	15	10	15	10	15	10
	z	20	25	20	25	20	25	20	25	20	25
B	x	25	90	25	90	25	90	25	90	25	90
	y	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
	z	20	25	20	25	20	25	20	25	20	25
C	x	10	80	15	70	20	65	25	60	30	55
	y	15	10	15	10	15	10	15	10	15	10
	z	65	65	60	50	55	45	50	40	45	35
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	80	70	80	70	80	70	80	70	80	***70***
	y	15	20	15	20	15	20	15	20	15	***20***
	z	20	15	20	15	20	15	20	15	20	***15***
B	x	25	10	25	10	25	10	25	10	25	***10***
	y	40	55	40	55	40	55	40	55	40	***55***
	z	20	15	20	15	20	15	20	15	20	***15***
C	x	30	20	25	30	20	25	30	35	40	***50***
	y	15	20	15	20	15	20	15	20	15	***20***
	z	20	70	60	55	60	65	60	55	50	***35***



A(70,20,15)∈ l1 B(10,55,15)∈ l1 C(50,20,35)∈ l1

Enunt: Sa se reprezinte urmele planului [P] definit de o dreapta orizontala (O) concurenta cu o dreapta frontala (F): (O)=(AB) si (F)=(AC).

Lucrarea nr. 3.3.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Plan definit de (O)∩(F)
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.3.20

3.3.4. Intersecția unei drepte cu un plan.

Enunț:

Să se reprezinte intersecția unei drepte ***(D)=(AB)***cu un plan ***[P]*** definit de punctele necoliniare ***Px, H*** şi ***V***. (tabelul 3.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 3.21); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.21).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor date în tabelul 3.4 şi se precizează poziția lor în spațiu :

1.5. $A(90,45,5) \in I_1$; $B(35,10,35) \in I_1$;
$Px(10,0,0) \in (Ox)$; $H(110,85,0) \in [H]$; $V(110,0,40) \in [V]$.

1.6. Se reprezintă epurele punctelor ***A***, ***B, Px, H, V*** conform modelului (fig.3.21).

1.7. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(D)(d, d′)*** definită de punctele ***A*** şi ***B*** .

1.8. Se determină urmele dreptei ***(D)(d, d′)***, H_1 şi $\mathbf{V_1}$

1.9. Se determină urmele planului ***[P],(Ph)*** şi ***(Pv)*** definite de punctele ***Px, H*** şi *V*.

1.10.Pentru determinarea punctului de intersecție dintre dreapta ***(D)*** şi planul ***[P]*** se foloseşte o construcție auxiliară :

-prin dreapta ***(D)*** se construieşte un plan proiectant ***[Q]*** (în varianta rezolvată s-a ales un plan de capăt) ***(Qv) =(d′) şi (Qh)*** $\perp$ ***(Ox)***.

-se determină dreapta $(\Delta)(\delta, \delta')$ de intersecție a planelor ***[P]*** şi ***[Q]:***
$(\delta')(h'_2\ v'_2)$ şi $(\delta)\ (h_2\ v_2)$; $(\ v'_2\ )$ se află la intersecția ***(Qv)*** $\cap$ ***(Pv),*** iar h_2 la intersecția ***(Qh)*** $\cap$***(Ph)***.

-intersecția dreptei ***(D)(d, d′)*** cu dreapta $(\Delta)(\delta, \delta')$ determină punctul ***M(m, m′)*** de intersecție a dreptei ***(D)*** cu planul ***[P].***

1.11. Se stabileşte vizibilitatea dreptei ***(D)*** în raport cu planul ***[P].***

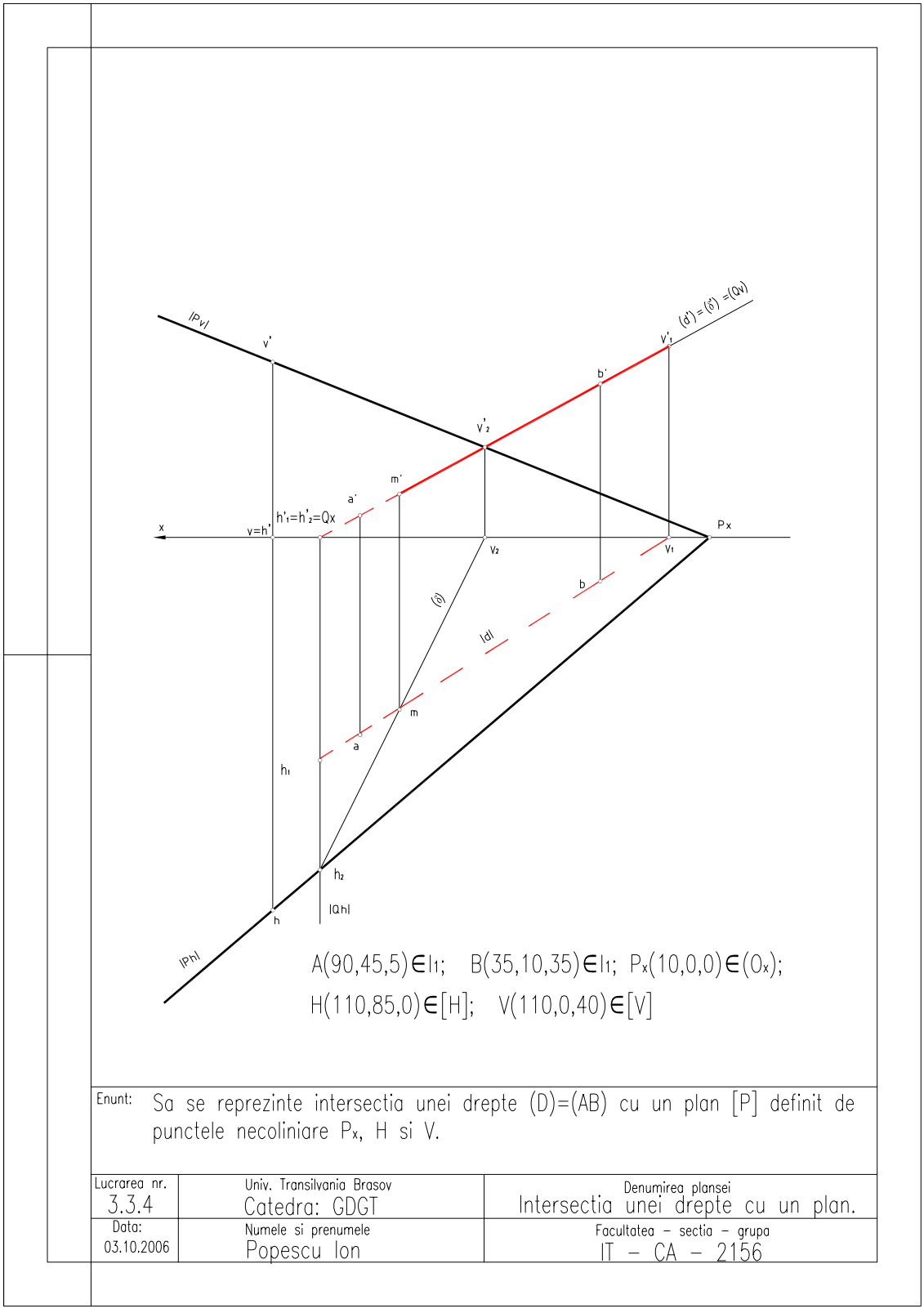
1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.21).

Tabelul 3.4

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	30	90	30	90	30	90	30	90	30	90
	y	10	45	10	45	10	45	10	45	10	45
	z	15	55	15	55	15	55	15	55	15	55
B	x	90	30	90	30	90	30	90	30	90	30
	y	45	10	45	10	45	10	45	10	45	10
	z	55	15	55	15	55	15	55	15	55	15
Px	x	110	100	110	100	110	100	110	100	110	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H_1	x	10	60	50	10	60	50	10	60	50	20
	y	70	50	45	70	50	45	70	50	45	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_1	x	40	30	50	55	60	40	30	50	55	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	60	55	40	50	45	65	60	55	50	45
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	85	80	75	70	65	60	85	80	75	70
	y	45	40	35	30	25	20	55	50	45	40
	z	60	55	50	45	40	35	30	55	50	45
B	x	40	35	30	25	20	15	40	35	30	25
	y	20	25	30	35	30	35	30	30	25	20
	z	65	60	85	80	75	70	60	55	50	45
Px	x	100	95	90	85	80	75	70	100	95	90
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H_1	x	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
	y	40	45	50	55	60	65	70	75	45	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_1	x	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	50	55	60	65	70	75	45	50	40	45

Tabelul 3.4
continuare

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	10	15	20	25	30	10	15	20	25	***90***
	y	50	45	40	35	30	25	20	15	10	***45***
	z	60	55	50	45	40	35	60	55	50	***5***
B	x	80	85	90	75	60	90	80	75	70	***35***
	y	10	15	20	25	50	45	40	50	55	***10***
	z	15	40	45	50	55	50	45	20	25	***35***
Px	x	20	10	15	20	25	5	10	15	20	***10***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
H_1	x	100	95	90	85	80	75	100	95	90	***110***
	y	60	55	50	45	40	55	50	45	40	***85***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
V_1	x	100	95	90	85	80	75	100	95	90	***110***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	55	50	45	40	60	55	50	45	40	***40***



Enunt: Sa se reprezinte intersectia unei drepte (D)=(AB) cu un plan [P] definit de punctele necoliniare Px, H si V.

Lucrarea nr. 3.3.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea planşei Intersectia unei drepte cu un plan.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig 3.21

3.4. .TEME

3.4.1. Perpendiculara pe planul ***Δ[ABC]*** (fără urme).

Enunț:

Să se construiască intersecția dintre perpendiculara din punctul ***M*** pe planul triunghiului ***[ABC]*** fără a determina urmele planului şi să se stabilească vizibilitatea perpendicularei ***(MI)*** în raport cu triunghiul ***[ABC]*** (tabelul 3.5).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 3.22); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.22).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A, B, C*** şi ***M*** (tabelul 3.5) şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(100,5,25) \in I_1$; $B(50,50,5) \in I_1$; $C(40,20,60) \in I_1$; $M(80,60,65) \in I_1$

1.5. Se reprezintă proiecțiile ***Δ[ABC], [abc]*** şi ***[a′b′c′].***

1.6. Din punctul ***M*** se duce perpendiculara pe planul triunghiului astfel:

-prin punctul ***A*** se duce o orizontală***(O)*** în planul ***Δ[ABC]*** care va intersecta latura ***/BC/*** în punctul ***1(1,1′)***;

-prin punctul ***C*** se duce o frontală ***(F)*** în planul ***Δ[ABC]*** care va intersecta latura ***/AB/*** în punctul ***2(2,2′)***;

-ştiind că o perpendiculară pe un plan este perpendiculară pe toate orizontalele şi frontalele planului şi perpendiculara din *M* pe planul ***Δ[ABC]*** va fi perpendiculară pe ***(O)*** şi ***(F),*** deci din ***m*** se duce o perpendiculară pe ***(o)*** şi din ***m′*** o perpendiculară pe ***(f′)*** .

1.7. Se va determina punctul ***I*** de intersecție dintre perpendiculara din ***M*** pe planul ***Δ[ABC]*** ,utilizînd ca plan auxiliar un plan de capăt ***[Q]*** (lucrarea ***3.3.4*** şi fig.3.22).

1.8. Perpendiculara va intersecta planul ***Δ[ABC]*** în punctele ***3*** şi ***4*** . Proiecția orizontală ***(3,4)*** a dreptei ***(34)*** de intersecție dintre planul ***Δ[ABC]*** şi planul ***[Q]*** se va intersecta cu proiția orizontală a perpendicularei din ***M*** pe planul ***Δ[ABC]*** în ***i*** (proiecția orizontală a punctului de intersecție dintre perpendiculară şi ***Δ[ABC]***); proiecția verticală ***i′*** a acestui punct se obține ducând linie de ordine pe proiecția verticală a perpendicularei din ***m′*** pe ***(f′).***

1.9. Se stabileşte vizibilitatea dreptei ***(MI)*** în raport cu planul ***Δ[ABC]*** .

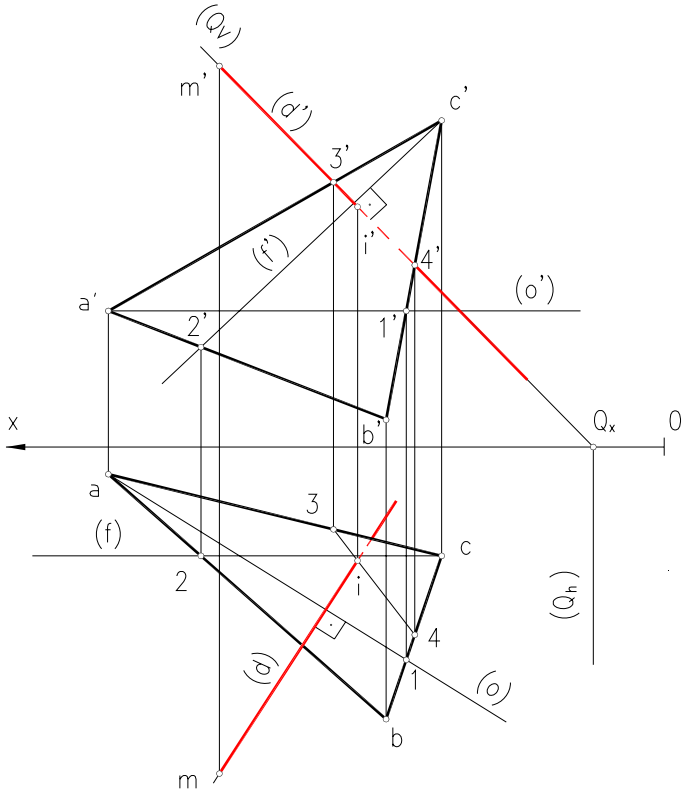
1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.22).

Tabelul 3.5

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	25	20	30	20	10	25	20	30	20	10
	y	50	50	50	45	35	50	50	50	45	35
	z	25	20	20	35	35	25	20	20	35	35
B	x	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
	y	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	z	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
C	x	85	85	85	85	85	75	80	90	95	100
	y	25	25	25	25	25	30	20	30	20	35
	z	15	15	15	15	15	10	20	20	20	10
M	x	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
	y	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
	z	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	25	20	30	20	10	25	20	30	20	10
	y	50	50	50	45	35	50	50	50	45	35
	z	25	20	20	35	35	25	20	20	35	35
B	x	30	35	40	50	55	30	35	40	50	55
	y	10	10	10	10	10	5	15	5	10	5
	z	55	55	55	55	55	50	50	45	55	60
C	x	85	85	85	85	85	75	80	90	95	100
	y	25	25	25	25	25	30	20	30	20	35
	z	15	15	15	15	15	10	20	20	20	10
M	x	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
	y	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
	z	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55

Tabelul 3.5
continuare

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	20	30	20	10	25	20	30	20	10	***100***
	y	50	50	45	35	50	50	50	45	35	***5***
	z	20	20	35	35	25	20	20	35	35	***25***
B	x	35	40	50	55	30	35	40	50	55	***50***
	y	10	10	10	10	5	15	5	10	5	***50***
	z	55	55	55	55	50	50	45	55	60	***5***
C	x	85	85	85	85	75	80	90	95	100	***40***
	y	25	25	25	25	30	20	30	20	35	***20***
	z	15	15	15	15	10	20	20	20	10	***60***
M	x	65	75	80	85	90	65	75	80	85	***80***
	y	50	50	50	55	50	50	50	50	55	***60***
	z	50	55	45	50	60	50	55	45	50	***65***



A(100,5,25) B(50,50,5) C(40,20,60) M(80,60,65)

Enunt: Sa se construiasca intersectia dintre perpendiculara din M pe planul triunghiului [ABC] fara a determina urmele planului si sa se stabileasca vizibilitatea perpendicularei (MI) in raport cu triunghiul [ABC].

Tema nr. 3.4.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Perpendiculara pe planul Δ[ABC]
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig. 3.22

3.4.2. Intersecția a două plăci triunghiulare ***Δ[ABC] ∩ Δ[MNP]***.

Enunț:

Să se determine intersecția dintre placa ***Δ[ABC]*** şi ***Δ[MNP],*** fără a determina urmele planului şi să se stabilească vizibilitatea celor două plăci triunghiulare (tabelul 3.6).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 3.23); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.23).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A, B, C*** şi ***M, N, P*** (tabelul 3.6) şi se precizează poziția lor în spațiu :

A(90,35,10) ∈ I_1; B(50,5,65) ∈ I_1; C(5,55,20) ∈ I_1;

M(100,50,35) ∈ I_1 ; N (70,85,75) ∈ I_1 ; P(20,0,0) ∈ I_1.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A, B, C*** şi ***M, N, P*** conform modelului (fig.3.23).

1.6. Se reprezintă proiecțiile ***Δ[ABC]*** , ***[a,b,c]*** şi ***[a′, b′, c′]*** .

1.7. Se reprezintă proiecțiile ***Δ[MNP]*** , ***[m,n,p]*** şi ***[m′, n′, p′]*** .

1.8. Pentru determinarea dreptei de intersecție dintre ***Δ[ABC]*** şi ***Δ[MNP],*** se folosesc două plane de capăt auxiliare, unul care conține latura ***/NP/*** şi intersectează ***Δ[ABC]*** în punctele ***1*** şi ***2*** şi unul care conține latura ***/MP/*** şi intersectează ***Δ[MNP]*** în punctele ***3*** şi ***4*** .

1.9. Dreapta ***/TS/*** de intersecție a celor două plăci triunghiulare se obține unind punctele ***T*** şi ***S*** situate la intersecțiile dreptelor ***/12/*** şi ***/34/*** cu laturile ***/NP/*** şi ***/MP/*:**

/NP/ ∩ /12/ ⇒ S

/MP/ ∩ /34/ ⇒ T

1.10. Se obține întâi proiecția orizontală ***/ts/*** şi apoi proiecția verticală ***/t′s′/***.

1.11. Se stabileşte vizibilitatea în planul ***[H]*** cu ajutorul punctelor ***1*** şi ***3*** şi in planul ***[V]*** cu ajutorul punctelor ***2*** şi ***4***.

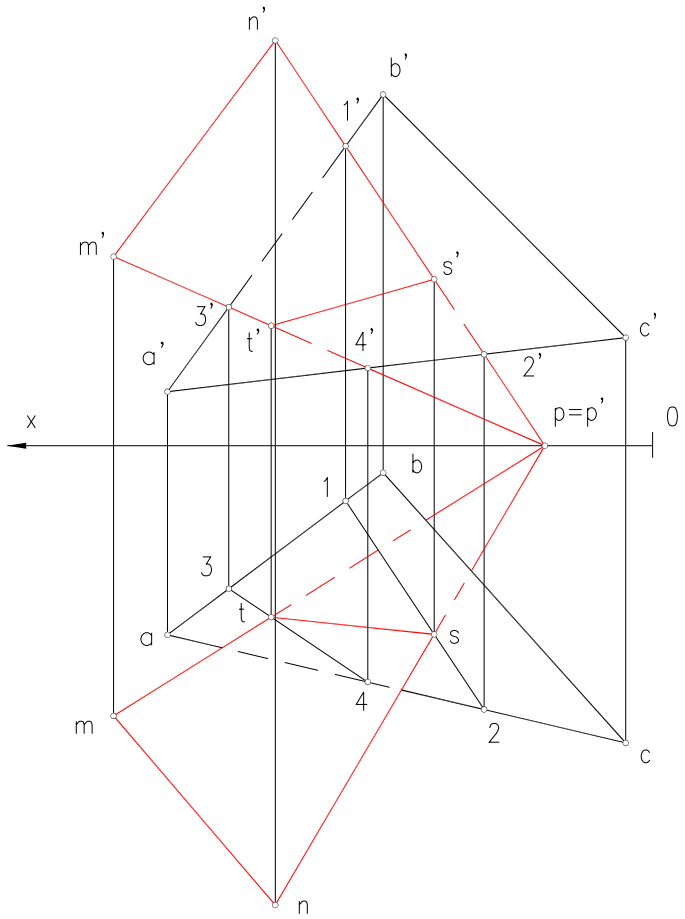
1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.23).

Tabelul 3.6

Varianta punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	90	100	120	100	90	95	90	120	130	100
	y	20	60	45	25	15	35	35	120	80	50
	z	15	35	15	5	40	5	10	90	10	35
B	x	70	5	85	65	20	65	50	30	90	70
	y	75	80	80	5	5	70	5	80	20	85
	z	75	10	60	70	60	50	65	80	100	75
C	x	20	40	5	15	55	20	5	50	20	20
	y	30	10	0	55	70	20	55	20	50	0
	z	45	85	5	45	5	15	20	10	40	0
M	x	100	90	100	120	95	90	100	130	120	90
	y	60	20	25	45	35	15	50	80	120	35
	z	35	15	5	15	5	40	35	10	90	10
N	x	5	70	65	85	65	20	70	90	30	50
	y	80	75	5	80	70	5	85	20	80	5
	z	10	75	70	60	50	60	75	100	80	65
P	x	40	20	15	5	20	55	20	20	50	5
	y	10	30	55	0	20	70	0	50	20	55
	z	85	45	45	5	15	5	0	40	10	20
Varianta punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	120	100	90	95	90	90	100	130	120	90
	y	45	25	15	35	35	20	60	80	120	35
	z	15	5	40	5	10	15	35	10	90	10
B	x	85	65	20	65	50	70	5	90	30	50
	y	80	5	5	70	5	75	80	20	80	5
	z	60	70	60	50	65	75	10	100	80	65
C	x	5	15	55	20	5	20	40	20	50	5
	y	0	55	70	20	55	30	10	50	20	55
	z	5	45	5	15	20	45	85	40	10	20
M	x	100	120	95	90	100	100	90	120	130	100
	y	25	45	35	15	50	60	20	120	80	50
	z	5	15	5	40	35	35	15	90	10	35
N	x	65	85	65	20	70	5	70	30	90	70
	y	5	80	70	5	85	80	75	80	20	85
	z	70	60	50	60	75	10	75	80	100	75
P	x	15	5	20	55	20	40	20	50	20	20
	y	55	0	20	70	0	10	30	20	50	0
	z	45	5	15	5	0	85	45	10	40	0

Tabelul 3.6
continuare

Varianta punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	100	90	100	120	95	90	100	130	120	***90***
	y	60	20	25	45	35	15	50	80	120	***35***
	z	35	15	5	15	5	40	35	10	90	***10***
B	x	5	70	65	85	65	20	70	90	30	***50***
	y	80	75	5	80	70	5	85	20	80	***5***
	z	10	75	70	60	50	60	75	100	80	***65***
C	x	40	20	15	5	20	55	20	20	50	***5***
	y	10	30	55	0	20	70	0	50	20	***55***
	z	85	45	45	5	15	5	0	40	10	***20***
M	x	90	100	120	100	90	95	90	120	130	***100***
	y	20	60	45	25	15	35	35	120	80	***50***
	z	15	35	15	5	40	5	10	90	10	***35***
N	x	70	5	85	65	20	65	50	30	90	***70***
	y	75	80	80	5	5	70	5	80	20	***85***
	z	75	10	60	70	60	50	65	80	100	***75***
P	x	20	40	5	15	55	20	5	50	20	***20***
	y	30	10	0	55	70	20	55	20	50	***0***
	z	45	85	5	45	5	15	20	10	40	***0***



A(90,35,10) B(50,5,65) C(5,55,20)
M(100,50,35) N(70,85,75) P(20,0,0)

Enunt: Sa se determine intersectia dintre placa Δ[ABC] si Δ[MNP], fara a determina urmele planului si sa se stabileasca vizibilitatea celor doua placi triunghiulare.

Tema nr. 3.4.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea planşei Intersectia Δ[ABC] si Δ[MNP]
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.3.23

3.4.3. Construcţia unui triunghi isoscel ***[ABC]*** într-un plan ***[P]***.

Enunţ:

Să se construiască în planul ***[P] (Px, Py, Pz)*** un triunghi isoscel ***[ABC]*** cu laturile /AB/= /AC/= 30 mm; punctul ***A*** este proiecţia punctului ***M*** pe planul ***[P]*** (tabelul 3.7).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 3.24); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.24).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Px***, ***Py***, ***Pz*** şi ***M*** (tabelul 3.7) şi se precizează poziţia lor în spaţiu :

Px (95,0,0) ∈ (Ox) ; Py(0,75,0) ∈ (Oy) ; Pz(0,0,65) ∈ (Oz)

M(65,50,60) ∈ I_1.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***Px, Py, Pz*** şi ***M*** conform modelului (fig.3.24).

1.6. Proiecţia punctului ***M*** pe planul ***[P]*** va fi punctul ***A*** (intersecţia perpendicularei din ***M*** cu planul ***[P]***).

1.7. Proiecţiile punctului ***A*** se obţin utilizând ca plan auxiliar, planul de capăt ***[Q]*** (fig.3.24).

1.8. Pentru a construi triunghiul isoscel ***[ACB]*** în planul ***[P]*** vom utiliza o frontală ***(F)*** şi o orizontală ***(O)*** aparţinând planului ***[P]*** şi concurente în ***A***, deci urmele acestor drepte vor aparţine urmelor planului ***[P]*** :

h_1 ∈ (Ph) şi ***v′∈ (Pv)***

1.9. Proiecţiile triunghiului isoscel ***[ABC]*** se vor construi astfel:

-proiecţia verticală a laturii ***/AB/, (a′ b′)*** se va construi în adevărată mărime pe proiecţia verticală a frontalei ***(F)***, ***(f′) ∥(Pv)***;

-proiecţia orizontală a laturii ***/AC/, (ac)*** se va construi în adevărată mărime pe proiecţia orizontală a orizontalei ***(O)***, ***(o) ∥(Ph).***

1.10. Fiind determinate proiecţiile punctelor ***A,B,C*** se construieşte triunghiul isoscel ***[ABC]*** unind proiecţiile de acelaşi fel ale acestor puncte.

1 11. Se stabileşte vizibilitatea dreptei ***(MA)*** în raport cu planul ***[P]***.

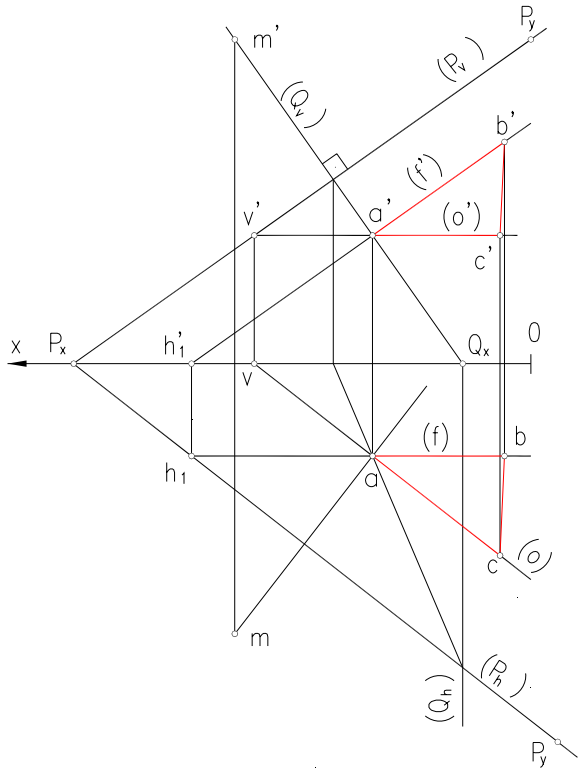
1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.24).

Tabelul 3.7

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Px	x	95	95	95	95	95	5	5	5	5	5
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Py	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	75	75	75	75	75	-5	-5	-5	-5	-5
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pz	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	65	65	65	65	65	-5	-5	-5	-5	-5
M	x	75	85	55	50	60	50	45	40	30	35
	y	70	55	60	65	55	60	45	45	45	40
	z	60	50	55	55	45	60	55	45	50	60
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Px	x	15	15	15	15	15	85	85	85	85	85
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Py	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	-15	-15	-15	-15	-15	60	60	60	60	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pz	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	-20	-20	-20	-20	-20	70	70	70	70	70
M	x	50	45	40	30	35	70	55	60	65	55
	y	60	45	45	45	40	60	50	55	55	45
	z	60	55	45	50	60	75	85	55	50	60

Tabelul 3.7
continuare

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Px	x	5	5	5	5	5	90	90	90	90	***95***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Py	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	-5	-5	-5	-5	-5	70	65	60	55	***75***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pz	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	-5	-5	-5	-5	-5	65	60	55	50	***65***
M	x	75	85	55	50	60	50	55	85	75	***65***
	y	70	55	60	65	55	65	60	55	70	***50***
	z	60	50	55	55	45	55	60	55	50	***60***



Px (95,0,0) Py(0,75,0) Pz(0,0,65) M(65,50,60)

Enunt: Sa se construiasca in planul [P] (P_x,P_y,P_z) un triunghi isoscel [ABC] cu laturile |AB|=|AC|=30 mm: punctul A este proiectia punctului M pe planul [P] .

Tema nr. 3.4.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Construirea unui triunghi isoscel in [P]
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 3.24

3.4.4. Intersecția a două plane ***[P]∩[Q]***

Enunț:

Să se determine intersecția planelor ; ***[P] (Px, A, B)*** şi ***[Q] (Qx, M, N)*** (tabelul 3.8).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 3.25); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.3.25).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Px, A, B*** şi ***Qx, M, N*** (tabelul 3.8) şi se precizează poziția lor în spațiu :

Px (100,0,0) ∈ (Ox) ; A(70,0,50) ∈ [V]; B(85,20,0) ∈ [H];

Qx(10,0,0)) ∈ (Ox) ; M(35,0,30) ∈ [V]; N(35,40,0) ∈ [H].

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***Px, A, B*** şi ***Qx, M, N*** conform modelului (fig.3.25).

1.6. Se reprezintă urmele planelor ***[P]*** şi ***[Q]*** :

(Pv) definit de (***Px,a′)***;***(Ph)*** definit de ***(Px,b)***;

(Qv) definit de ***(Qx,m′)***;***(Qh)*** definit de ***(Qx,n)***;

1.7. Dreapta ***(D)*** de intersecție a celor două plane va trece prin punctele lor comune. Acestea vor fi la intersecția urmelor planelor ***[P]*** şi ***[Q]*** şi anume:

(***Pv)∩(Qv)⇒ v′***

(***Ph)∩(Qh)⇒ h*** (fig.3.25).

1.8. Proiecțiile dreptei de intersecție ***(D)*** se obțin unind proiecțiile de acelaşi fel ale celor două puncte ***V*** şi ***H*** care o determină, astfel:

-(d) este definită de ***v*** şi ***h***;

-(d′) este definită de ***v′*** şi ***h′***.

1.9. Se completează indicatorul conform modelului (fig.3.25).

Tabel 3.8

Varianta punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Px	x	110	90	20	10	95	90	10	5	80	15
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	70	70	40	40	35	35	60	10	20	40
	y	0	0	0	0	0	35	0	30	55	0
	z	30	30	20	20	55	0	60	0	0	25
B	x	80	80	35	35	35	35	10	60	80	40
	y	15	15	15	15	35	0	30	0	0	15
	z	0	0	0	0	0	55	0	60	45	0
Qx	x	20	10	110	90	10	5	95	90	15	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	40	40	70	70	60	10	35	35	40	20
	y	0	0	0	0	0	30	0	35	0	55
	z	20	20	30	30	60	0	55	0	25	0
N	x	35	35	80	80	10	60	35	35	40	80
	y	15	15	15	15	30	0	35	0	15	0
	z	0	0	0	0	0	60	0	55	0	45
Varianta punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Px	x	90	10	5	80	15	20	10	110	90	10
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	35	60	10	20	40	40	40	70	70	60
	y	35	0	30	55	0	0	0	0	0	0
	z	0	60	0	0	25	20	20	30	30	60
B	x	35	10	60	80	40	35	35	80	80	10
	y	0	30	0	0	15	15	15	15	15	30
	z	55	0	60	45	0	0	0	0	0	0
Qx	x	5	95	90	15	80	110	90	20	10	95
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	10	35	35	40	20	70	70	40	40	35
	y	30	0	35	0	55	0	0	0	0	0
	z	0	55	0	25	0	30	30	20	20	55
N	x	60	35	35	40	80	80	80	35	35	35
	y	0	35	0	15	0	15	15	15	15	35
	z	60	0	55	0	45	0	0	0	0	0

Tabelul 3 8
continuare

Varianta punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Px	x	10	80	100	15	85	10	15	10	80	***100***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
A	x	35	20	70	40	5	75	40	35	20	***70***
	y	0	55	0	0	0	0	0	0	55	***0***
	z	30	0	50	25	55	50	25	30	0	***50***
B	x	35	80	85	15	5	10	15	35	80	***85***
	y	40	0	20	20	40	55	20	40	0	***20***
	z	0	45	0	0	0	0	0	0	45	***0***
Qx	x	100	15	10	80	10	85	10	80	100	***10***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
M	x	70	40	35	20	75	5	35	20	70	***35***
	y	0	0	0	55	0	0	0	55	0	***0***
	z	50	25	30	0	50	55	30	0	50	***30***
N	x	85	15	35	80	10	5	35	80	85	***35***
	y	20	20	40	0	55	40	40	0	20	***40***
	z	0	0	0	45	0	0	0	45	0	***0***

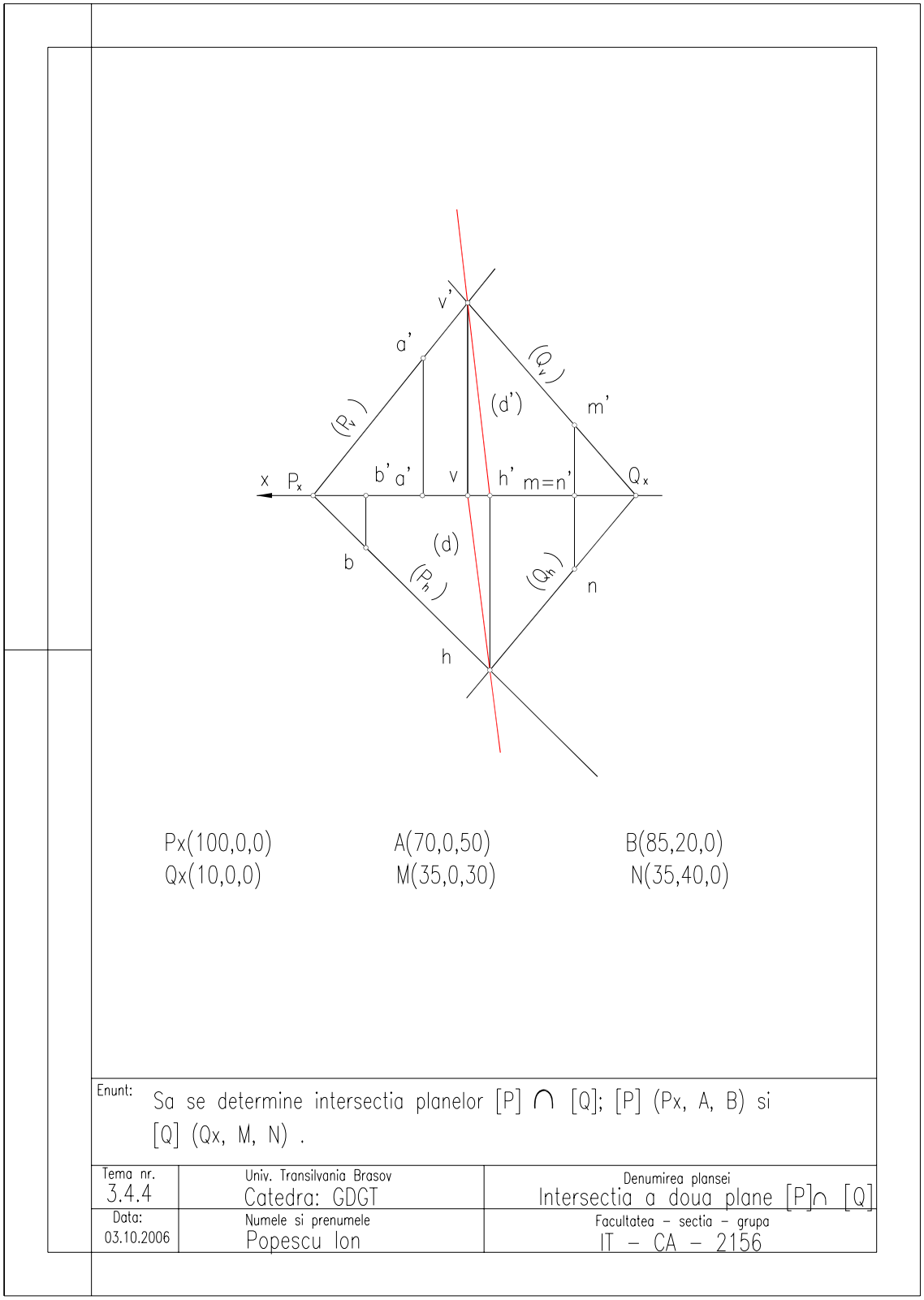

v'
a'
(Q_v)
(P_v)
(d')
m'
x
P_x
b' a'
v
h' m=n'
Q_x
(d)
b
(P_h)
(Q_h)
n
h
Px(100,0,0)
Qx(10,0,0)
A(70,0,50)
M(35,0,30)
B(85,20,0)
N(35,40,0)
Enunt:
Sa se determine intersectia planelor [P] ∩ [Q]; [P] (Px, A, B) si [Q] (Qx, M, N) .
Tema nr. 3.4.4
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Intersectia a doua plane [P]∩ [Q]
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea - sectia - grupa
IT - CA - 2156

Fig. 3.25

4. METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE

4.1. GENERALITĂȚI

În general corpurile geometrice sunt în poziții oarecare față de planele de proiecție.

Prin metodele geometriei descriptive proiecțiile acestor corpuri geometrice pot fi transformate în aşa fel încât să fie în poziții particulare față de planele de proiecție. Aducând suprafețele acestor corpuri geometrice în plane paralele cu planele de proiecție, acestea se vor proiecta în adevărata lor mărime fie în planele de proiecție fie în plane paralele cu ele.

Metodele prin care se pot realiza aceste transformări se referă la:

-modificarea sistemului de referință în raport cu corpurile geometrice considerate (metoda schimbării planelor de proiecție) sau

-modificarea poziției corpurilor geometrice față de sistemul de referință adoptat (metoda rotației, cu cazul particular - rabaterea).

4.1.1 Metoda schimbării planelor de proiecție

Planele de proiecție sunt schimbate astfel încât elementul proiectat să ocupe o poziție particulară față de noul plan de proiecție (în general paralel cu acesta).

Metoda schimbării planelor de proiecție se poate efectua fie prin schimbarea unui plan de proiecție (planul vertical ***[V]*** sau orizontal ***[H]***), fie prin schimbarea succesivă a ambelor plane de proiecție.

Indiferent de schimbarea efectuată, în noul sistem de referință planele de proiecție rămân ortogonale.

4.1.1.1. Metoda schimbării planului vertical de proiecție ***[V]***

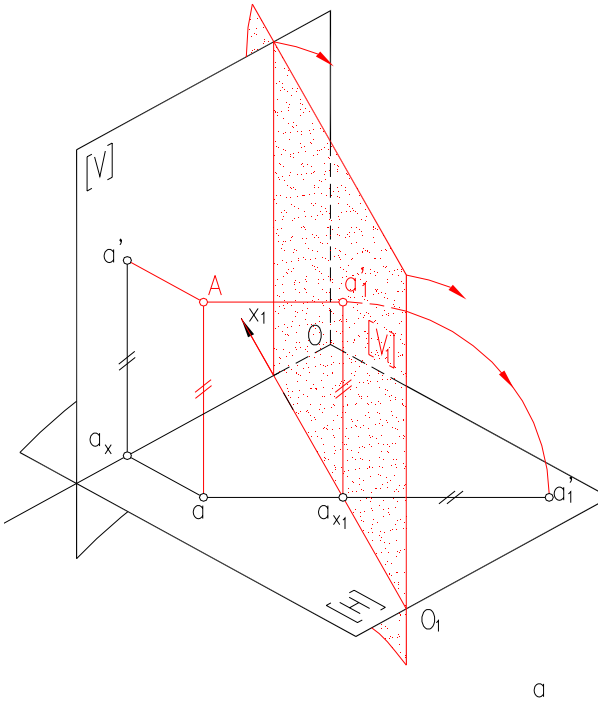
Prin schimbarea planului vertical de proiecție rămân neschimbate proiecțiile orizontale şi cotele punctelor şi se modifică proiecțiile verticale.

Noile proiecții verticale se obțin măsurând pe liniile de ordine mărimea cotelor punctelor respective, față de noua axă (O_1x_1).

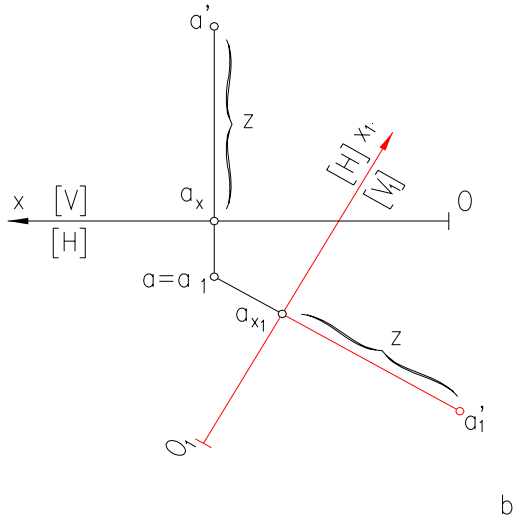
Axa de proiecție $(O_1x_1) = [H] \cap [V_1]$ se notează în aşa fel încât un observator situat în proiecția orizontală ***a*** neschimbată, cu fața către noul plan vertical $[V_1]$, să poată citi axa (O_1x_1) în acelaşi sens în care citea axa (Ox) (fig.4.1).

a. *Schimbarea planului vertical de proiecţie, pentru un punct **A**.*

Se modifică axa de proiecţie ***(O$_1$x$_1$),*** depărtarea ***y$_{A1}$*** şi proiecţia verticală ***a$_1$'*** a punctului ***A***; rămân neschimbate cota ***z$_A$*** şi proiecţia orizontală ***a*** (***/Aa/≡/a$_1$'a$_{x1}$/***) **(**fig.4.1**).**



a

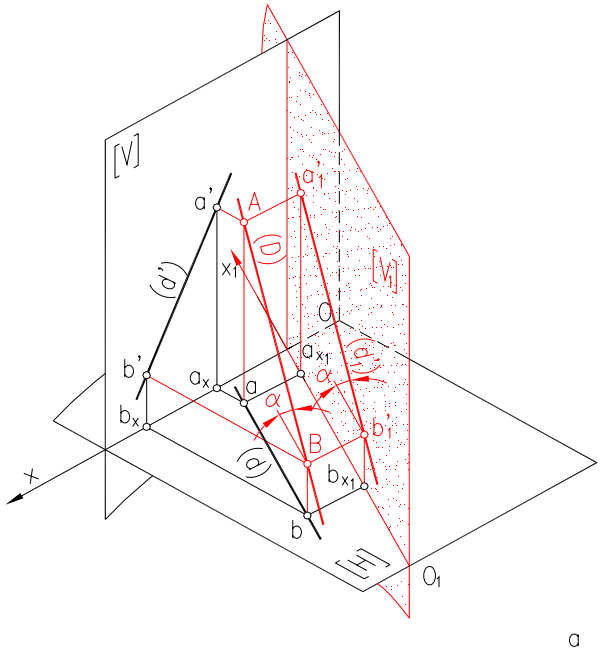


b

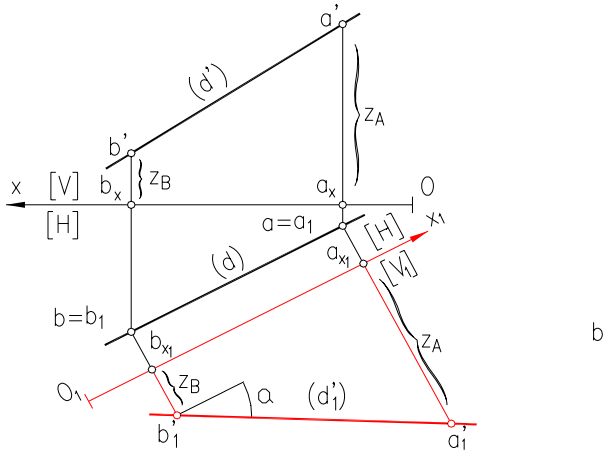
Fig.4.1

b. *Schimbarea planului vertical de proiecție, pentru o dreaptă oarecare*.

Noul plan vertical de proiecție ***[V$_1$]*** se așează paralel cu dreapta (fig.4.2). Noua axă de proiecție ***(O$_1$x$_1$)*** va fi într-o poziție paralelă cu proiecția orizontală ***(d)*** a dreptei, proiecție rămasă neschimbată.Astfel dreapta ***(D)*** este transformată într-o frontală. Se obține noua proiecție verticală a dreptei **(*a$_1$′b$_1$′*)** și deci: ***/a$_1$′b$_1$′/≡/AB /***.



a



b

Fig.4.2

c. *Schimbarea planului vertical de proiecţie, pentru un plan*.

Noul plan vertical de proiecţie ***[V_1]*** se aşează perpendicular pe planul ***[P]*** (fig.4.3). Noua axă de proiecţie ***(O_1x_1)*** se trasează perpendicular pe urma orizontală a planului ***(Ph).***

Intersecţia axei ***(O_1x_1)*** cu urma ***(Ph)*** determină punctul ***Px_1*** ;cel de al doilea punct al urmei verticale ***(Pv_1)*** este punctul ***M(m,m')***, situat pe vechea urmă verticală ***(Pv)*** a planului. Pentru simplificare punctul ***M(m,m')*** se consideră a fi punctul comun planelor ***[P], [V]*** şi ***[V_1]*** şi proiecţia sa orizontală ***m = (Ox)∩(O_1x_1)***.

Prin schimbarea de plan a punctului ***M*** se determină ***m_1'*,** cel de al doilea punct al urmei verticale ***(Pv_1).***

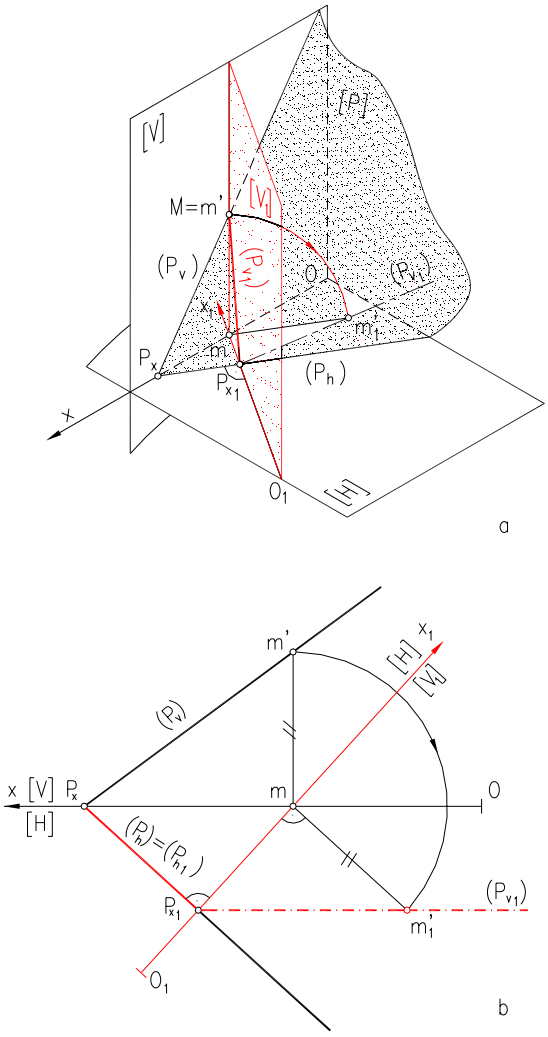


Fig.4.3

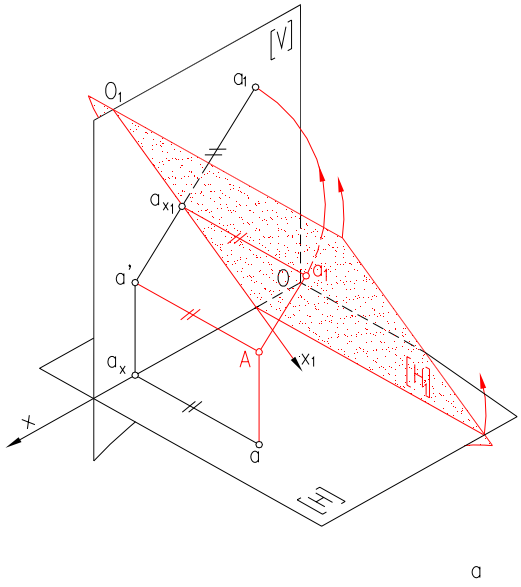
4.1.1.2. Metoda schimbării planului orizontal de proiecție ***[H]***

Prin schimbarea planului orizontal de proiecție rămân neschimbate proiecțiile verticale şi depărtările punctelor şi se modifică proiecțiile orizontale.

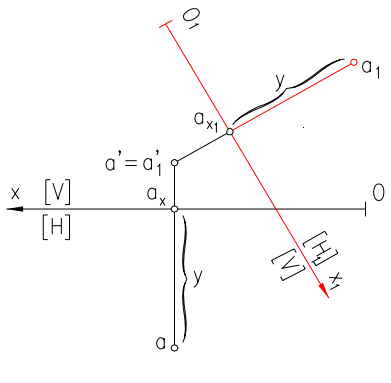
Noile proiecții orizontale se obțin măsurând pe liniile de ordine mărimea depărtărilor punctelor respective, față de noua axă ***(O_1x_1)***.

a. *Schimbarea planului orizontal de proiecție, pentru un punct **A***.

Se modifică proiecția orizontală ***a*** a punctului, axa de proiecție şi cota punctului. Rămân neschimbate proiecția verticală ***a′*** şi depărtarea punctului.(***/Aa′/≡/$a_1a_{x_1}$/***) **(**fig.4.4**).**



a



b

Fig.4.4

b. *Schimbarea planului orizontal de proiecţie, pentru o dreaptă oarecare.*

Noul plan orizontal de proiecţie ***[H_1]*** se aşează paralel cu dreapta (fig.4.5). Noua axă de proiecţie ***(O_1x_1)*** se aşează într-o poziţie paralelă cu proiecţia verticală ***(d′)*** a dreptei, proiecţie rămasă neschimbată.Astfel dreapta ***(D)*** este transformată în orizontală .Se obţine noua proiecţie orizontală ***(a_1b_1)*** a dreptei şi deci: ***/a_1b_1/≡/AB /***.

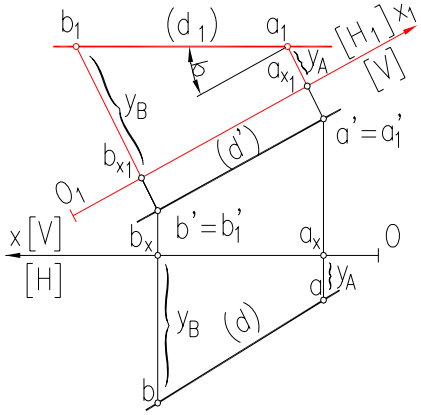


Fig.4.5

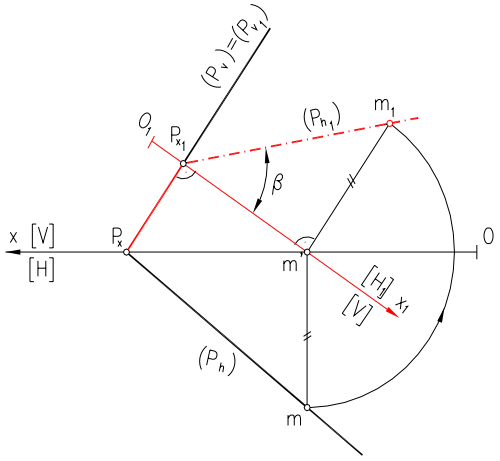


Fig.4.6

c. *Schimbarea planului orizontal de proiecţie, pentru un plan.*

Noul plan orizontal de proiecţie ***[H_1]*** se aşează perpendicular pe planul ***[P]*** (fig.4.6). Noua axă de proiecţie ***(O_1x_1)*** se trasează perpendicular pe urma verticală a planului ***(Pv).***

Intersecţia axei ***(O_1x_1)*** cu urma ***(Pv)*** determină punctul ***Px_1*** ;cel de al doilea punct al urmei verticale ***(Ph_1)*** este punctul ***M(m,m′)***, situat pe vechea urmă orizontală***(Ph)*** a planului.

Pentru simplificare punctul ***M(m,m′)*** se consideră a fi punctul comun planelor ***[P], [V]*** şi ***[H_1]*** (***m′ = (Ox)∩(O_1x_1)***).Prin schimbarea de plan a punctului ***M*** se determină ***m_1*** cel de al doilea punct al urmei orizontale ***(Ph_1).***

4.1.2. Metoda rotației

Prin această metodă corpurile geometrice din spațiu sunt aduse în poziții particulare față de planele de proiecție,prin rotirea acestora în jurul unei axe fixe perpendiculare pe unul din planele de proiecție. În funcție de axa de rotație deosebim rotația de nivel şi rotația frontală.

4.1.2.1 Rotația de nivel

La rotația de nivel axa de rotație este o dreaptă de verticală iar punctele se rotesc în plane de nivel. Proiecțiile orizontale descriu arce de cerc cu centrul în ***Ω (ω , ω′)*** pe axa de rotație ***(Z)*** iar proiecțiile verticale se deplasează paralel cu axa ***(Ox)*** până în dreptul noilor proiecții orizontale.

a. *Rotația de nivel pentru un punct* ***A(a, a′)***, cu un unghi ***α*** în jurul unei axe ***(Z)(z, z′)*** perpendiculară pe ***[H]*** (fig.4.7).

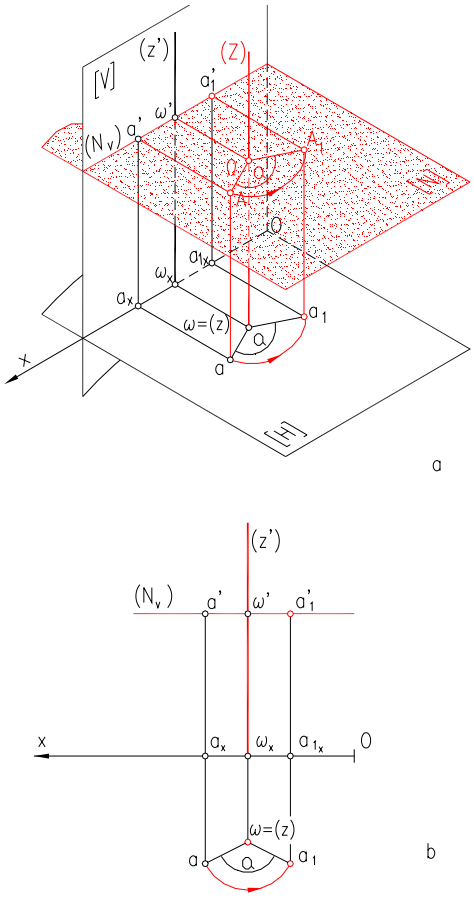


Fig.4.7

Punctul ***A*** se roteşte în planul de nivel ***[N]⊥ (Z)***, având cota egală cu cota punctului. Axa ***(Z)(z, z′)*** intersectează planul ***[N]*** în punctul ***Ω (ω ,ω ′) = (Z)∩ [N]*** care este ***centrul de rotație***. Raza de rotație ***R*** este distanța de la punctul ***A*** la axa ***(Z)***; ***R= /Ω A/.***

După rotație proiecția orizontală a punctului ***A***, ***a*** se deplasează pe un cerc ajungând în a_1 iar proiecția verticală ***a′*** se deplasează în planul ***[V]***, pe urma ***[Nv]*** a planului de nivel, în poziția a_1'. Punctul $A_1(a_1,a_1')$ este rotitul punctului ***A(a, a′)*** față de axa verticală ***(Z).***

b. *Rotația de nivel pentru o dreaptă oarecare* ***(D)(d, d′)*** în jurul unei axe verticale ***(Z)(z, z′)*** permite transformarea acesteia într-o dreaptă frontală (fig.4.8).

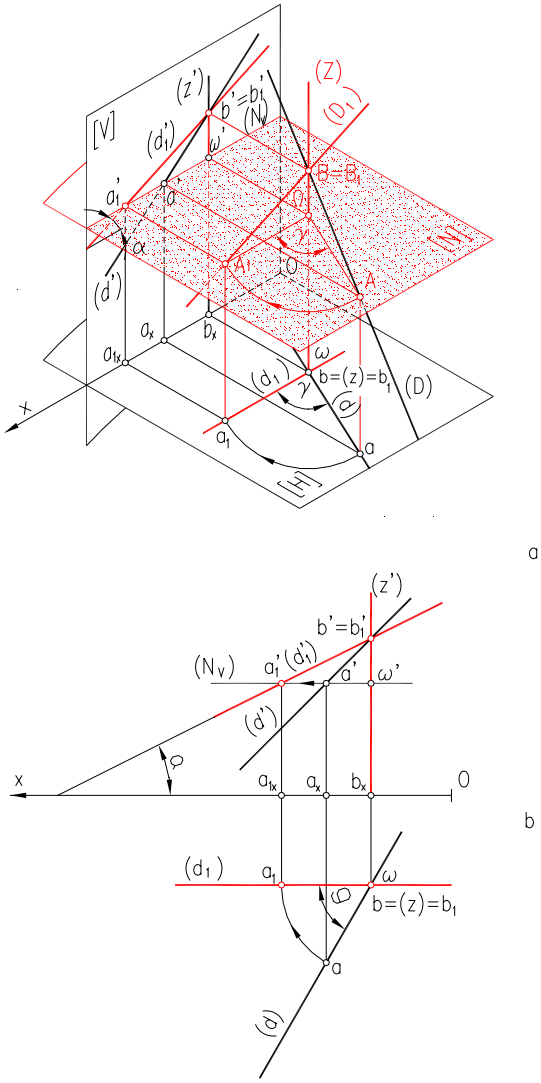


Fig.4.8

Pentru simplificare, axa ***(Z)*** s-a considerat concurentă cu dreapta ***(D)*** în punctul ***B(b,b′)***, care va fi propriul său rotit, adică ***B(b, b′)=B_1(b_1 ,b_1′).*** Punctul ***A(a, a′)*** se roteşte în jurul axei, în planul de nivel ***[N]***, până când depărtarea lui va fi egală cu depărtarea punctului ***B(b, b′)***.

Raza de rotație este ***R= /ΩA/, Ω = (Z)∩[N]***, iar rotația punctului ***A*** se efectuează cu unghiul γ (fig. 4.8).

Dreapta ***(D_1)(d_1 ,d_1′)*** determinată de punctele ***A_1(a_1 ,a_1′)*** şi ***B_1(b_1 ,b_1′)*** este o frontală, segmentul ***/a′ $_1$,b_1′ /*** reprezentând adevărata mărime a segmentului ***/AB /∈ (D)***, iar α - unghiul real făcut de dreapta ***(D)*** cu planul ***[H].***

c. .*Rotația de nivel pentru un plan* ***[P]*** în jurul unei axe verticale ***(Z)(z, z′)*** permite transformarea lui într-un plan de capăt (fig. 4.9).

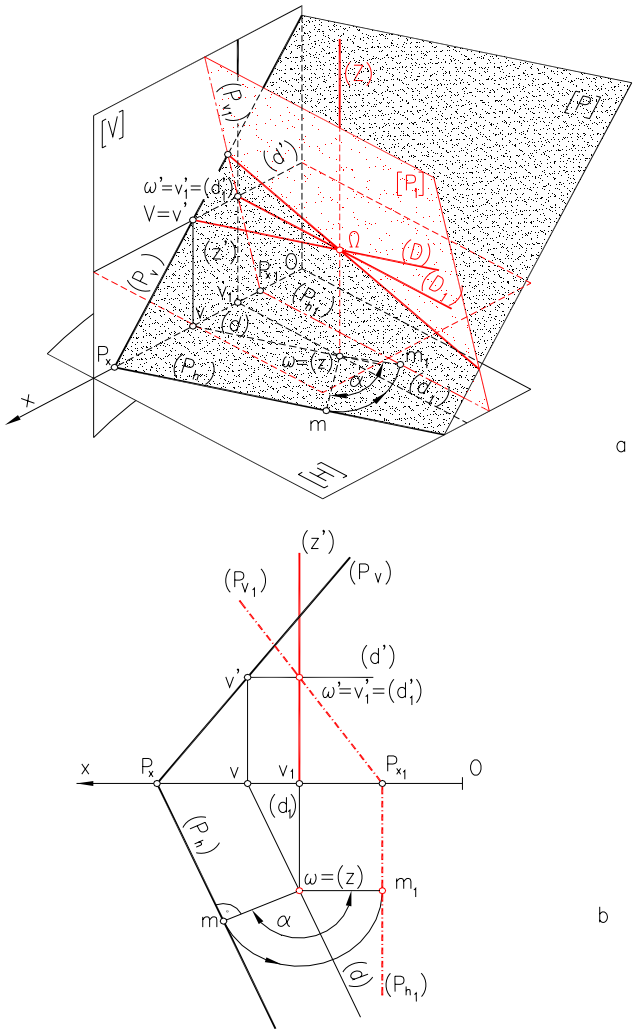


Fig.4.9

Axa ***(Z)*** intersectează planul ***[P]*** în punctul ***Ω*** care este centrul de rotație; Centrul de rotație al urmei ***(Ph)*** este punctul ***ω =(z)***. Fie ***/ω m/*** perpendiculara comună a axei de rotație ***(Z)*** şi a urmei ***(Ph).*** Se roteşte segmental ***/ω m/,*** în jurul lui ***ω ,*** cu un unghi ***α*** , până când acesta devine paralel cu axa ***(Ox)***, iar punctul ***m*** se deplasează în m_1 . Noua urmă orizontală a planului rotit $[Ph_1]$ este tangenta în m_1 la cercul cu centrul în ***ω*** şi raza ***/ω m/***, perpendiculară pe axa ***(Ox)*** în Px_1 . Punctul Px_1 aparține şi urmei verticale (Pv_1). Cel de al doilea punct necesar pentru trasarea urmei verticale a planului (Pv_1) se obține utilizând o dreaptă orizontală ***(D)∈ [P]*** care trece prin punctul ***Ω.*** Prin rotația ei de nivel în jurul axei ***(Z)*** se obține dreapta de capăt $(D_1)(d_1\, d_1')$ a cărei urma verticală ***v′∈ (Pv)***. După rotație ***v′*** se deplasează în punctul $v_1' = \omega'$, punct prin care trece urma verticală a planului $[Ph_1]$.

4.1.2.2 Rotația de front.

La rotația de front axa de rotație este o dreaptă de capăt iar punctele se rotesc în plane frontale. Proiecțiile verticale descriu arce de cerc cu centrul în $\Omega(\omega,\omega')$ pe axa de rotație ***(Y)*** iar proiecțiile orizontale se deplasează paralel cu axa ***(Ox)*** până în dreptul noilor proiecții verticale.

a. *Rotația de front pentru un punct* ***B(b, b′),*** cu un unghi β în jurul unei axe ***(Y)(y, y′)*** perpendiculară pe ***[V]*** (fig.4.10).

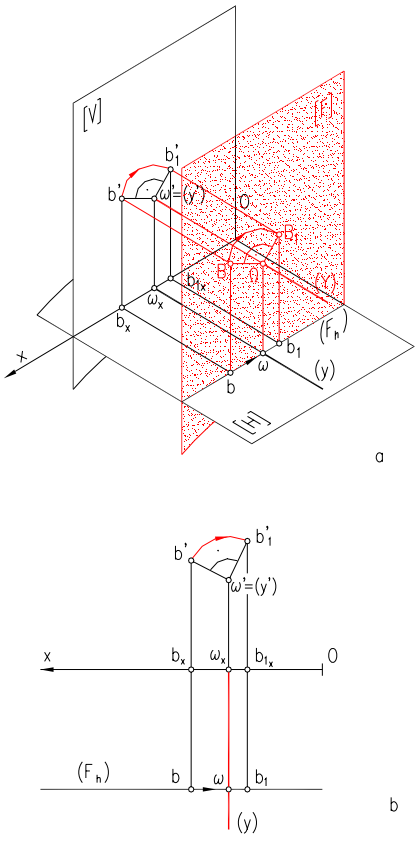


Fig.4.10

Punctul ***B*** se roteşte în planul frontal ***[F]⊥ (Y)***, având depărtarea egală cu depărtarea punctului. Axa ***(Y)(y, y′)*** intersectează planul ***[F]*** în punctul ***Ω(ω,ω′) = (Y)∩ [F]*** care este ***centrul de rotație***. Raza de rotație ***R*** este distanța de la punctul ***B*** la axa ***(Y)***; ***R= /ΩB/.***

După rotație proiecția verticală a punctului ***B***, ***b′*** se deplasează pe un cerc ajungând în b'_1 iar proiecția orizontală ***b*** se deplasează în planul ***[H]***, pe urma ***[Fh]*** a planului frontal, în poziția b_1. Punctul $B_1(b_1, b_1')$ este rotitul punctului ***B(b, b′)*** față de axa de capăt ***(Y).***

b. *Rotația de front pentru o dreaptă oarecare* ***(D)(d, d′)*** în jurul unei axe de capăt ***(Y)(y, y′)*** permite transformarea acesteia într-o dreaptă orizontală (fig.4.11).

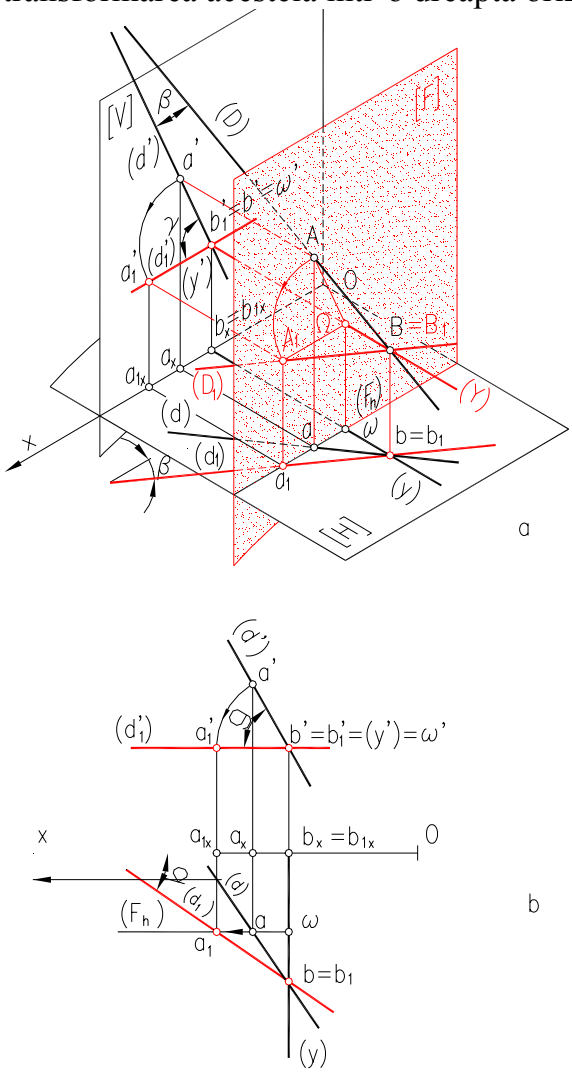


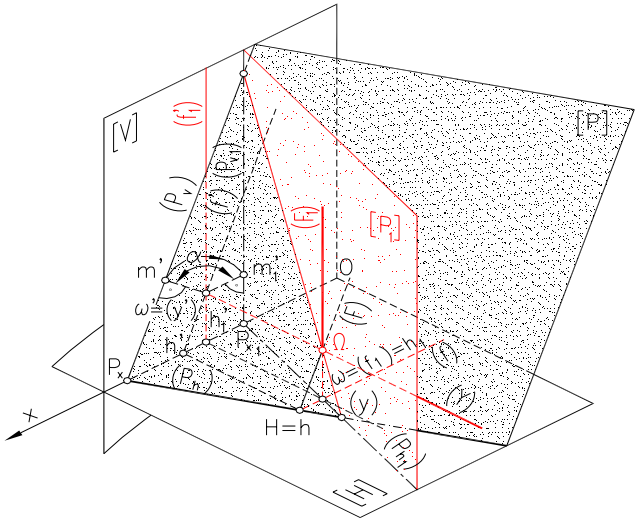
Fig.4.11

Pentru simplificare, axa ***(Y)*** s-a considerat concurentă cu dreapta ***(D)*** în punctul ***B(b,b′)***, care va fi propriul său rotit, adică ***B(b,b′)=B$_1$(b$_1$,b$_1$′).*** Punctul ***A(a, a′)*** se roteşte în jurul axei, în planul frontal ***[F]***, până când cota lui va fi egală cu cota punctului ***B(b,b′)***.

Raza de rotație este ***R= /ΩA/, Ω =(Y)∩[F]***, iar rotația punctului ***A*** se efectuează cu unghiul γ (fig. 4.11).

Dreapta ***(D$_1$)(d$_1$, d$_1$′)*** determinată de punctele ***A$_1$(a$_1$, a$_1$′)*** şi ***B$_1$(b$_1$, b$_1$′)*** este o orizontală, segmentul ***/a$_1$,b$_1$/*** reprezentând adevărata mărime a segmentului ***/AB/*** $\in$ ***(D)***, iar β - unghiul real făcut de dreapta ***(D)*** cu planul ***[V].***

c. *.Rotația de front pentru un plan* ***[P]*** în jurul unei axe de capăt ***(Y)(y,y′)*** permite transformarea lui într-un plan vertical (fig. 4.12).



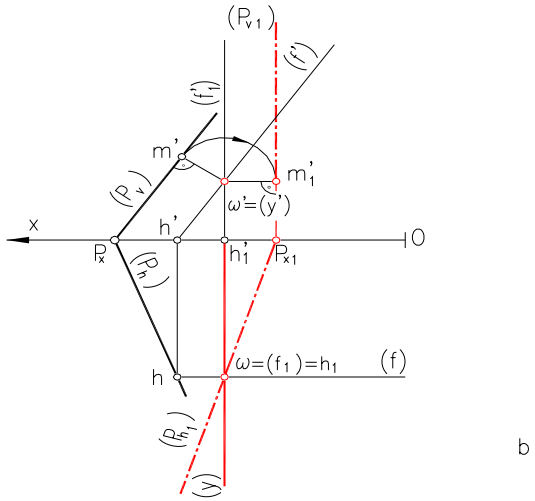


Fig.4.12

Axa ***(Y)*** intersectează planul ***[P]*** în punctul ***Ω*** care este centrul de rotație; Centrul de rotație al urmei ***(Pv)*** este punctul ***ω′ =(y′)***. Fie ***/ω′ m′ /*** perpendiculara comună a axei de rotație ***(Y)*** şi a urmei ***(Pv).*** Se roteşte segmental ***/ω′m′/,*** în jurul lui ***ω′ ,*** cu un unghi ***α*** , până când acesta devine paralel cu axa ***(Ox)***, iar punctul ***m′*** se deplasează în ***m′ 1*** . Noua urmă verticală a planului rotit ***[Pv 1]*** este tangenta în ***m′ 1*** la cercul cu centrul în ***ω′*** şi raza ***/ω′ m′/***, perpendiculară pe axa ***(Ox)*** în ***Px 1*** . Punctul ***Px 1*** aparține şi urmei orizontale ***(Ph 1)***. Cel de al doilea punct necesar pentru trasarea urmei orizontale a planului ***(Ph 1)*** se obține utilizând o dreaptă frontală***(F)∈ [P]*** care trece prin punctul ***Ω.*** Prin rotația ei de front în jurul axei ***(Y)*** se obține dreapta verticală ***(F 1)(f 1, f 1′)***.a cărei urmă orizontală ***h 1∈ (Ph 1)***. După rotație ***h*** se deplasează în punctul ***h 1 = ω ,*** punct prin care trece urma orizontală a planului ***[Ph 1]***.

4.1.3 . Metoda rabaterii

Rabaterea este un caz particular al rotației în care axa de rotație este chiar urma planului pe care se face rabaterea. În cazul în care rabaterea se efectuează într-un plan paralel cu unul din planele de proiecție axa de rabatere este dreapta de intersecție dintre planul rabătut şi planul pe care se face rabaterea.

Cercurile descrise prin rotația diferitelor puncte în timpul rabaterii sunt cuprinse în plane perpendiculare pe axa de rabatere.

Rabaterea unui plan ***[P]*** se poate efectua în două sensuri; în epură, se preferă acel sens de rabatere care asigură o claritate mai mare a construcției grafice.

După rabatere, diversele elemente geometrice (segmente de dreaptă, unghiuri, figuri plane), conținute în planul rabătut, apar în adevărata lor mărime. Pe o figură rabătută, soluțiile problemelor propuse se pot obține utilizând axiomele şi teoremele geometriei plane.

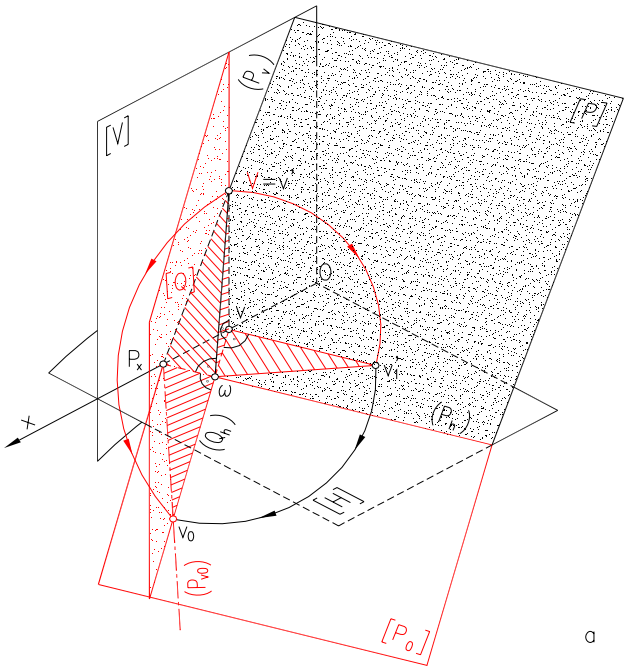
4.1.3.1. Rabaterea în planul orizontal ***[H]*** .

Rabaterea planului ***[P]*** se efectuează pe planul orizontal de proiecție ***[H]*** utilizând ca axă de rabatere urma orizontală ***(Ph)*** (Fig.4.13).

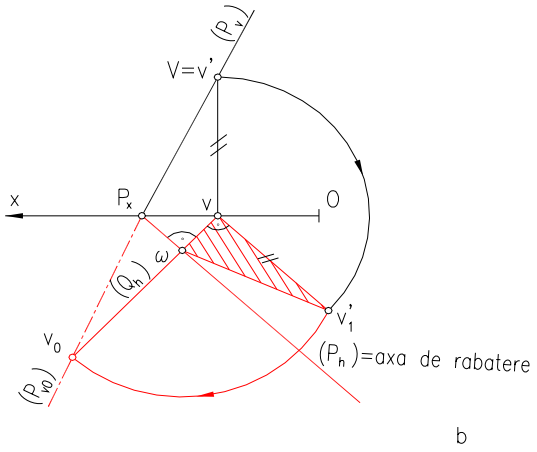
Pentru a construi planul ***[Po],*** planul rabătut al planului ***[P]*** în planul orizontal de proiecție ***[H]*** , este necesar a fi cunoscut un al doilea element care contribuie la definirea acestui plan. Acesta va fi punctul ***V(v,v′) ∈ (Pv).***

În timpul rabaterii, punctul ***V*** se roteşte în planul ***[Q]⊥(Ph)*** şi descrie un arc de cerc cu raza ***R = //ω V//*** şi centrul ***ω = (Ph)∩(Qh)***. După rabatere, punctul ***V*** ajunge în poziția ***Vo∈ [H]*** (fig. 4.13, a). Astfel, planul ***[Po]*** este definit de urma orizontală ***(Ph)*** şi punctul ***Vo***. Urma verticală ***(Pvo)*** a planului rabătut ***[Po]*** este definită de punctele ***Px*** şi ***Vo.***

Raza de rabatere ***R*** este ipotenuza triunghiului dreptunghic ***Δ v′$_1$vω,*** dreptunghic în ***v***; acest triunghi poartă denumirea de ***triunghi de poziție*** al punctului ***V***. Raza de rabatere ***/ω v′/*** a punctului ***V***, având o poziție oarecare față de planele de proiecție, nu se proiectează în adevărata mărime pe nici unul din aceste plane. De aceea, pentru a construi în epură punctul ***Vo,*** triunghiul de poziție al punctului ***V*** se roteşte în jurul catetei ***/ω v/*** până când se suprapune cu planul orizontal de proiecție ***[H]*** .



a



b

Fig.4.13

După rotație, $\Delta v'v\omega$ devine $\Delta v_1'v\omega$, conținut în planul ***[H].*** În epură $\Delta v_1'v\omega$ se construiește știind că $/v\omega/\in$***[H],*** $/v_1'v/\equiv v'v/$ și unghiul din v este de 90^o. Arcul de cerc având centrul în ω și raza $/\omega v_1'/$ intersectează în Vo urma orizontală ***(Qh)*** a planului vertical ***[Q]*** în care se rotește punctul ***V.***

Punctele ***Px*** și ***Vo*** definesc urma verticală ***(Pvo)*** a planului ***[P]***, rabătut în planul ***[H].***

Punctul ***Vo*** poate fi determinat și prin rotirea triunghiului dreptunghic $\Delta v'_1v\omega$, dreptunghic în ω, în jurul catetei $/Px\omega/$ și așezarea acestuia în planul orizontal de proiecție ***[H]*** (fig.4.13, a).

În epură (fig. 4.14), cateta $/Px\omega/$ și ipotenuza $/Pxv'_1/$ ale $\Delta v'\omega Px$ sunt determinate în adevărata mărime. Ca urmare, punctul ***Vo*** este determinat, în epură, prin intersecția arcului de cerc cu centrul ***Px*** și raza $/P_xv'_1/$ cu urma $(Q_h)(/vw/\perp (Ph)$ a planului ***[Q]*** în care se rotește punctul $V\in (Pv)$. Punctele ***Px*** și ***Vo*** definesc urma verticală ***(Pvo)*** a planului ***[P].***

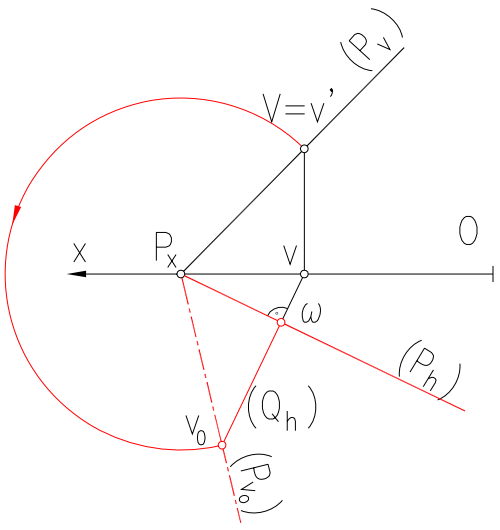


Fig.4.14

4.1.3.2. Rabaterea în planul vertical ***[V]*** .

Rabaterea planului ***[P]*** se efectuează pe planul vertical de proiecție ***[V]*** utilizând ca axă de rabatere urma verticală ***(Pv)*** (Fig.4.15).

Pentru a construi planul ***[Po],*** planul rabătut al planului ***[P]*** în planul vertical de proiecție ***[V]*** , este necesar a fi cunoscut un al doilea element care contribuie la definirea acestui plan. Acesta va fi punctul $H(h,h')\in (Ph)$.

În timpul rabaterii, punctul ***H*** se roteşte în planul ***[Q]⊥(Pv)*** şi descrie un arc de cerc cu raza ***R*** = ***//ω H//*** şi centrul ***ω*** = ***(Pv)∩(Qv)***. După rabatere, punctul ***H*** ajunge în poziția ***Ho∈ [V].*** Astfel, planul ***[Po]*** este definit de urma verticală ***(Pv)*** şi punctul ***Ho***. Urma orizontală ***(Pho)*** a planului rabătut ***[Po]*** este definită de punctele ***Px*** şi ***Ho.***

Raza de rabatere ***R=/ω′ h1 /*** este ipotenuza ***triunghiului de poziție*** ***Δ h′h1ω′*** ,dreptunghic în ***h′*** ; centrul de rabatere este ***ω′***.

Arcul de cerc cu centrul în ***ω′*** şi raza ***/ω′ h1 /*** intersectează urma verticală ***(Qv)*** a planului de capăt ***[Q]*** în care se roteşte punctul ***[H]*** în ***Ho***. Punctele ***Px*** şi ***Ho*** definesc urma orizontală ***(Pho)*** a planului ***[P]***, rabătut în planul vertical de proiecție ***[V]*** .

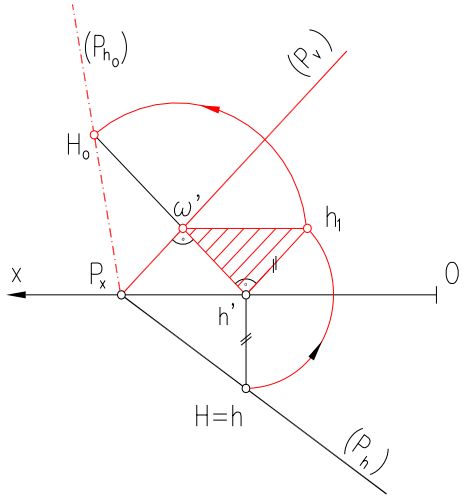


Fig.4.15

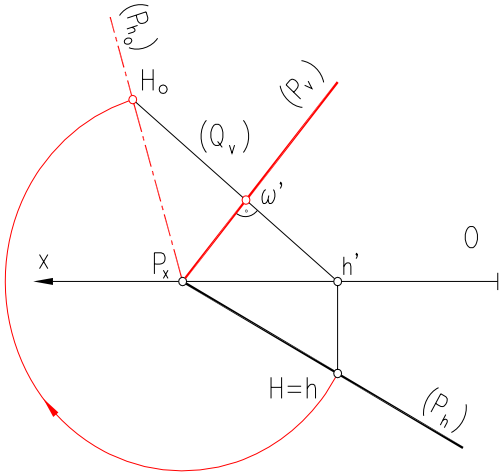


Fig.4.16

O altă soluție pentru rabaterea planului oarecare ***[P] (Ph, Pv)*** pe planul vertical de proiecție ***[V]*** este prezentată în fig.4.16. Această soluție des utilizată se bazează pe un raționament asemănător celui prezentat în fig.4.11.

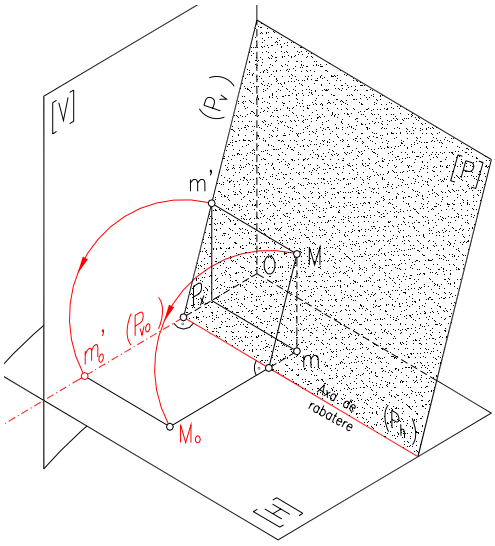
Considerându-se punctul ***H(h, h′)∈ (Ph)***, după rabaterea planului ***[P]*** în jurul urmei ***(Pv)*** se obține punctul ***Ho∈ [V]*** cu proprietatea ***/Px, Ho /≡/Px, H/.***

Ca urmare, pentru a obține în epură punctul ***Ho***, se construieşte ***/h′ω ′⊥ (Pv)***, ***/h′ω ′/*** reprezentând urma verticală ***(Qv)*** a planului ***[Q]*** în care are loc rotația punctului ***H***; arcul de cerc cu centrul în P_x şi raza ***/Pxh /*** intersectează pe ***(Qv)*** în punctul ***Ho.*** Punctele ***Px*** şi ***Ho*** definesc urma orizontală rabătută ***(Pho)*** a planului ***[P]*** în planul ***[V].***

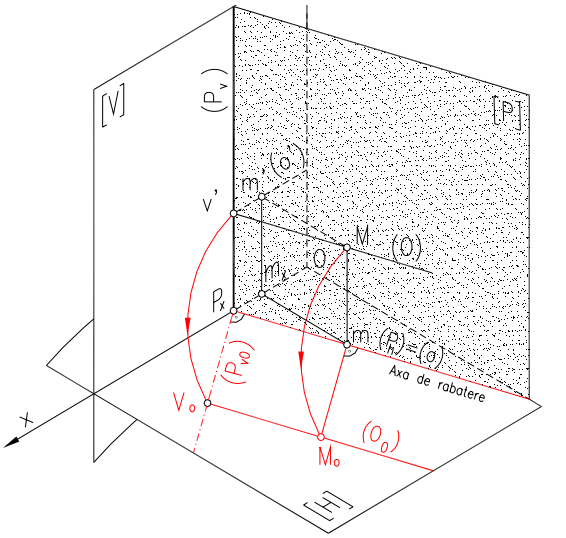
4.1.3.3. Rabaterea planelor proiectante pe planul ***[H]***.

Planele proiectante având urmele lor perpendiculare între ele, după rabatere aceste urme rămân tot perpendiculare.

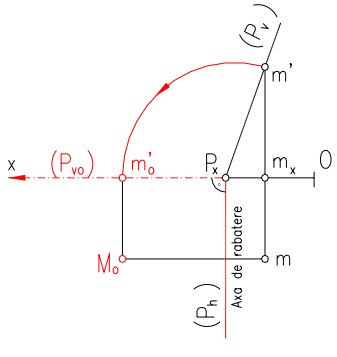
In fig.4.17 este prezentată rabaterea unui ***plan de capăt [P]*** pe planul ***[H]***, şi în fig.4.18, rabaterea unui ***plan vertical [P]*** pe planul ***[H].*** În ambele cazuri axa de rabatere este ***(Ph)***.



a



c



b

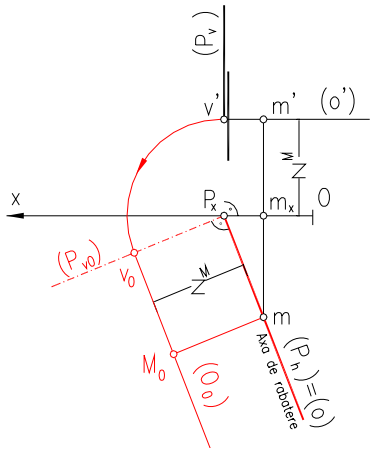
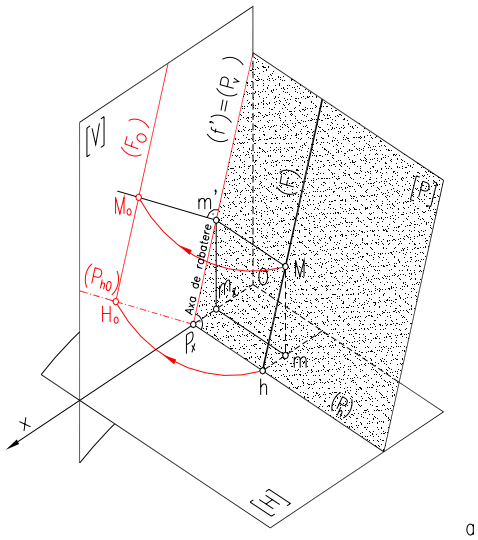


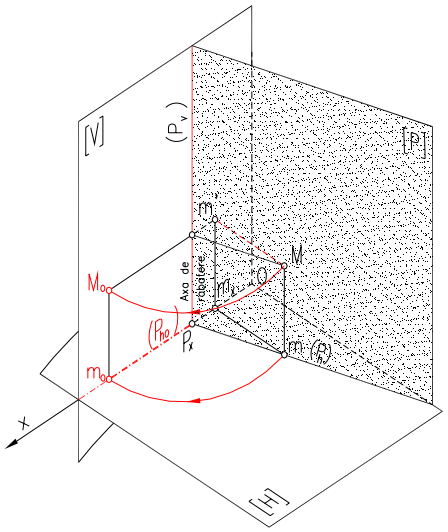
Fig.4.17 **Fig.4.18**

4.1.3.4. Rabaterea planelor proiectante pe planul ***[V]***

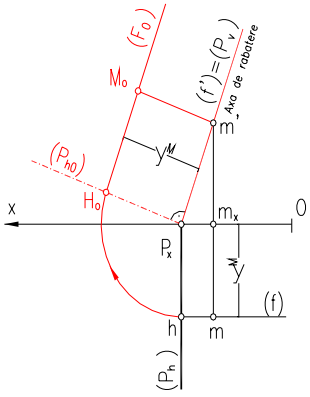
In fig.4.19 este prezentată rabaterea unui ***plan de capăt [P]*** pe planul ***[V],*** şi în fig.4.20, rabaterea unui ***plan vertical [P]*** pe planul ***[V].*** În ambele cazuri axa de rabatere este ***(Pv)***.



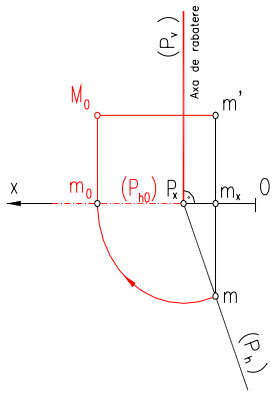
a



a



b



b

Fig.4.19 **Fig.4.20**

4.1.4. Ridicarea rabaterii.

Ridicarea rabaterii este operaţia inversă a rabaterii. Ea permite determinarea proiecţiilor unui punct, dreaptă sau figură plană, într-un plan oarecare ***[P]***, dându-se adevărata lor mărime în planul rabătut într-unul din planele de proiecţie.

În fig.4.21 se prezintă determinarea prin ridicarea rabaterii a proiecţiilor unui triunghi echilateral ***[ABC]*** conţinut într-un plan oarecare ***[P].***

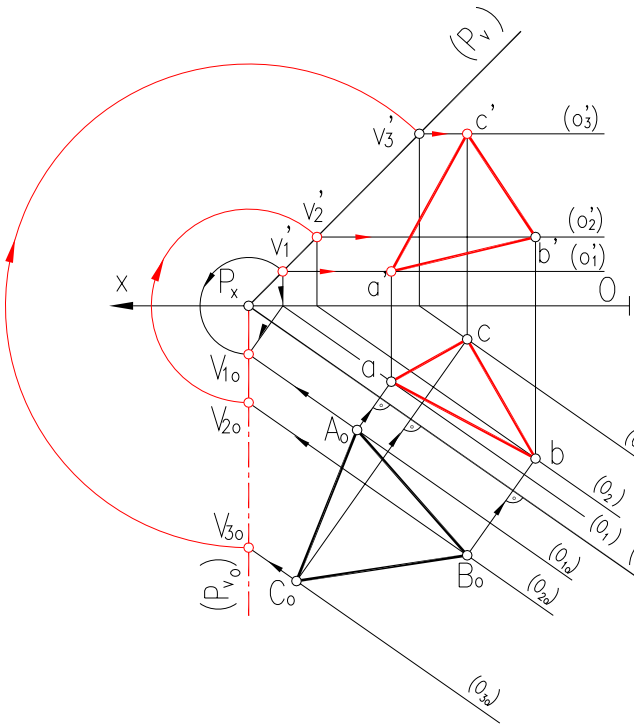


Fig.4.21

Triunghiul echilateral ***[AoBoCo]*** a fost construit în planul ***[P]*** rabătut în planul orizontal de proiecţiei ***[H]***. Pentru ridicarea rabaterii, vârfurile triunghiului ***Ao,Bo,Co,*** se situează pe orizontalele planului şi anume: $A \in (O_1)$, $B \in (O_2)$, $C \in (O_3)$.

În planul rabătut aceste puncte se vor situa astfel: $Ao \in (O_1o)$, $Bo \in (O_2o)$, $Co \in (O_3o)$; se determină urma verticală ***(Pv)*** a planului ***[P]*** şi, proiecţiile orizontale şi verticale ale acestor orizontale. Cu perpendiculare pe axa de rabatere ***(Ph)***, ridicate din ***Ao , Bo*** şi ***Co*** , se determină proiecţiile orizontale ale vârfurilor triunghiului :***a,b,c*** iar cu linii de ordine, ridicate din aceste proiecţii orizontale, se determină, pe proiecţiile verticale ale orizontalelor corespunzătoare, proiecţiile verticale ale vârfurilor triunghiului: ***a', b', c'.***

4.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

4.2.1. Schimbarea de plan pentru o dreaptă

Enunț:

Fie dreapta ***(AB)***. Prin schimbarea planelor de proiecție să se transforme dreapta oarecare ***(AB)*** într-o dreaptă ***(D)*** (tabelul 4.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 4.22); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.22).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A*** şi ***B*** (tabelul 4.1) şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(85,20,15) \in I_1$, $B(35,40,40) \in I_1$

1.5. Dreapta ***(D)*** o dreaptă de capăt (tabelul 4.1).

1.6. Se reprezintă epurele punctelor ***A*** şi ***B*** conform modelului(fig.4.22).

1.7. Pentru a transforma o dreaptă oarecare într-o dreaptă perpendiculară pe unul din planele de proiecție sunt necesare două schimbări de plane.

1.8. In cazul din exemplul indicat prima schimbare este a planului ***[H]*** astfel încât dreapta oarecare ***(AB)*** să se transforme într-o dreaptă orizontală, ceea ce înseamnă că noua axă de proiecție să fie paralelă cu proiecția verticală a dreptei $(O_1x_1) \parallel (a'b')$.

1.9. Se măsoară depărtările punctelor ***A*** şi ***B***,respectiv y_A şi y_B, pe noile linii de ordine față de noua axă de proiecție (O_1x_1) obținându-se astfel noile proiecții orizontale a_1 şi b_1..Segmentul $/a_1\ b_1/ \equiv /A_1B_1/$ va fi în adevărată mărime deoarece aparține unei orizontale.

1.10. A doua schimbare este a planului ***[V]*** prin care dreapta orizontală (A_1B_1) se va transforma într-o dreaptă de capăt (A_2B_2).

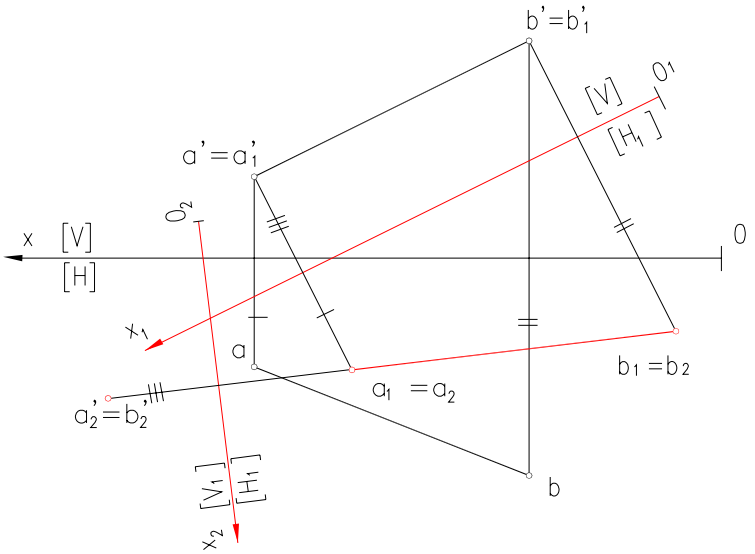
Această transformare se realizează prin poziționarea axei (O_2x_2) perpendiculară pe proiecția orizontală a orizontalei (A_1B_1) .

1.11. Se observă că punctele A_1 şi B_1 au aceiaşi cotă $(z_A \equiv z_B)$ care se va măsura pe noua linie de ordine față de axa de proiecție (O_2x_2). Deci proiecția verticală a dreptei de capăt $(A_2B_2) \equiv (D)$ va fi în punctul $a'_2 \equiv b'_2$.

1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.22).

Tabelul 4.1

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	80	90	95	100	105	30	40	45	50	55
	y	20	15	20	15	20	40	35	40	35	40
	z	15	20	15	20	15	40	40	40	40	40
B	x	30	40	45	50	55	80	90	95	100	105
	y	40	35	40	35	40	20	15	20	15	20
	z	40	40	40	40	40	15	20	15	20	15
(D)		frontală					orizontală				
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	30	40	45	50	55	80	90	95	100	105
	y	20	15	20	15	20	40	35	40	35	40
	z	15	20	15	20	15	40	40	40	40	40
B	x	80	90	95	100	105	30	40	45	50	55
	y	40	35	40	35	40	20	15	20	15	20
	z	40	40	40	40	40	15	20	15	20	15
(D)		de capăt					verticală				
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	15	20	25	30	35	80	90	95	100	***85***
	y	35	30	40	35	40	20	15	20	25	***20***
	z	15	20	25	15	40	50	35	40	45	***15***
B	x	80	90	95	100	85	15	20	25	30	***35***
	y	20	15	20	25	20	35	30	40	35	***40***
	z	50	35	40	45	15	15	20	25	15	***40***
(D)		orizontală					***de capăt***				



A(85,20,15)∈l1 B(35,40,40)∈l1

(D)-dreapta de capat

Enunt: Fie dreapta (AB). Prin schimbarea planelor de proiectie sa se transforme dreapta oarecare (AB) intr-o dreapta (D).

Lucrarea nr. 4.2.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Schimbarea de plan pentru o dreapta.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.4.22

4.2.2. Rotația unui plan ***[P]***

Enunț:

Prin metoda rotației să se transforme planul oarecare ***[P] (Px, B, C)*** într-un plan ***[P_2]*** (tabelul 4.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 4.23); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.23.

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Px,B*** şi ***C*** (tabelul 4.2) şi să se precizeze poziția lor în spațiu:

Px(100,0,0) ∈ (Ox); B (0,60,0) ∈ (Oy); C(0,0,70) ∈ (Oz);

1.5. Planul ***[P_2]***-plan de nivel (tabelul 4.2).

1.6. Se reprezintă epurele punctelor ***Px,B*** şi ***C*** conform modelului(fig.4.23).

1.7. Se reprezintă urmele planului ***[P],(Pv)*** şi ***(Ph)***, definit de punctele ***Px, B*** şi ***C*** .

1.8. Printr-o rotație de nivel, în jurul axei verticale ***(Z),*** se transformă planul ***[P]*** într-un plan de capăt ***[P_1],*** utilizând o orizontală ***(O)*** a planului ***[P]***concurentă cu axa de rotație în punctul ***M***.

Se construieşte perpendiculara din ***M*** pe urma orizontală a planului ***/ma/⊥(Ph)***; punctul ***a*** va fi piciorul perpendicularei construite. Această perpendiculară se va roti până când proiecția ei ***/ma/*** va fi paralelă cu ***(Ox)***, deci ***a*** ajunge ***a_1*** .

Urma orizontală ***(Ph_1)*** va fi perpendiculară în ***a_1*** pe ***/ma_1 /*** şi deci şi pe ***(Ox).***

Urma verticală ***(Pv_1)***a planului de capăt va fi definită de ***m'*** şi ***$Px_1 = a_1'$***.

1.9. Printr-o nouă rotație frontală,în jurul unei axe de capăt ***(Z_1)*** se transformă planul de capăt ***[P_1]*** într-un plan de nivel ***[P_2]*** având urma verticală ***(Pv_2)***.

Se construieşte proiecția verticală a perpendicularei din z_1'(proiecția verticală a axei de rotație ***Z_1***)pe planul de capăt ***[P_1]*** : ***($z_1'b_1'$)⊥ (Pv_1)***.

Proiecția verticală ***b_1'*** a piciorului perpendicularei din z_1' pe ***(Pv_1)*** se roteşte până când ***// z_1' b_1' //*** ajunge perpendicular pe ***(Ox)*** şi deci ***(Pv_2)///(Ox)*** ceea ce înseamnă că planul ***[P_2]*** este un plan de nivel.

1.10. Se trasează urma verticală ***(Pv_2)*** a planului de nivel ***[P_2]*** paralelă cu ***(Ox)*** .

1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.23).

Tabelul 4.2

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Px	x	120	115	110	105	100	5	10	15	20	25
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	0	0	0	0	0	120	115	110	105	100
	y	75	70	65	60	55	90	85	80	75	70
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	0	0	0	0	0	120	115	110	105	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	90	85	80	75	70	75	70	65	60	55
[P_2]		de nivel					frontal				
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Px	x	5	10	15	20	25	120	115	110	105	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	90	85	80	75	70	75	70	65	60	55
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	75	70	65	60	55	90	85	80	75	70
[P_2]		vertical					de capăt				
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Px	x	5	10	15	20	25	120	115	110	105	***100***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
B	x	120	115	110	105	100	0	0	0	0	***0***
	y	90	85	80	75	70	75	70	65	60	***60***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
C	x	120	115	110	105	100	0	0	0	0	***0***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	75	70	65	60	55	90	85	80	75	***70***
[P_2]		frontal					***nivel***				

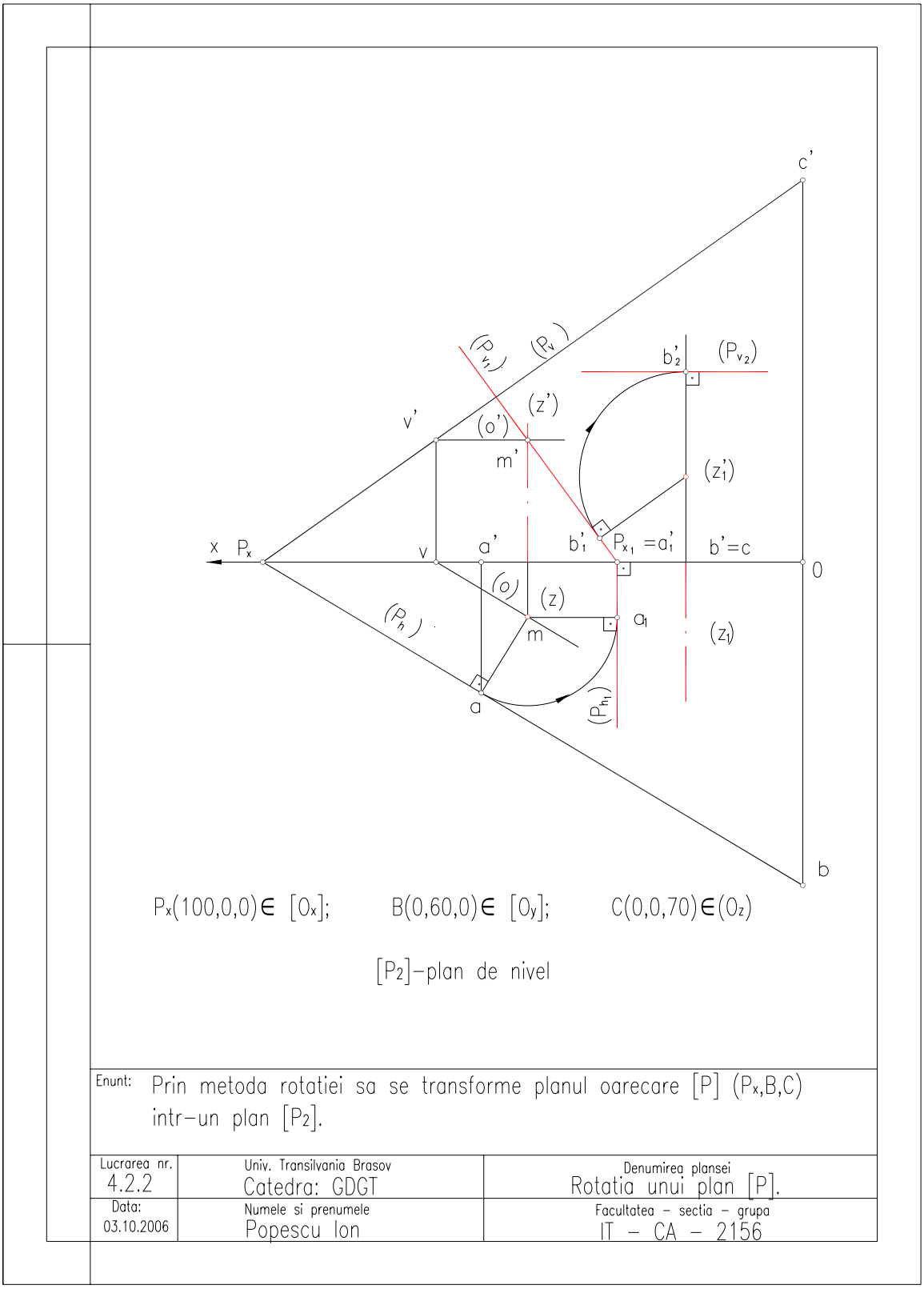

c'
(P_{v_1})
(P_v)
b_2'
(P_{v_2})
v'
(o')
(z')
m'
(z_1')
x P_x
v
a'
b_1'
$P_{x_1}=a_1'$
b'=c
0
(o)
(z)
(P_h)
m
a_1
(z_1)
a
(P_{h_1})
b
$P_x(100,0,0)\in[O_x]$; $B(0,60,0)\in[O_y]$; $C(0,0,70)\in(O_z)$
$[P_2]$–plan de nivel
Enunt: Prin metoda rotatiei sa se transforme planul oarecare [P] (P_x,B,C) intr–un plan $[P_2]$.
Lucrarea nr. 4.2.2
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Rotatia unui plan [P].
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea – sectia – grupa
IT – CA – 2156

Fig.4.23

4.2.3. Determinarea adevăratei mărimi a unui ***Δ[ABC]*** prin rabatere.

Enunţ:

Să se determine adevărata mărime a unui ***Δ[ABC]*** prin metoda rabaterii într-un plan de proiecție (tabelul 4.2).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 4.24); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.21).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B*** şi ***C*** (tabelul 4.3) şi se precizează poziția lor în spațiu :

A(70,20,15) ∈ I1; B(10,55,15) ∈ I1 ; C(40,20,35) ∈ I1.

1.5. Planul în care se face rabaterea este ***[H].***

1.6. Se reprezintă epurele punctelor ***A, B*** şi ***C*** conform modelului(fig.4.24).

1.7. Se reprezintă proiecțiile dreptelor ***(AB)*** şi ***(AC)*** şi se determină urmele lor ***V*** şi ***H.***

1.8. Se reprezintă urmele planului ***[P],(Pv)*** şi ***(Ph)*** definit de dreptele concurente ***(AB)*** şi ***(AC)***.

1.9. Se rabate planul ***[P]*** în planul ***[H]*** şi împreună cu el şi ***Δ[ABC]***.

Axa de rabatere va fi urma orizontală a planului ***(Ph).***

Pentru a rabate urma verticală a lui ***(Pv)***se utilizează ***v*** urma verticală a orizontalei pe care sunt situate punctele ***B*** şi ***C***.Din ***v*** se construieşte o perpendiculară pe axa de rabatere ***(Ph)*** până în ***Vo*** , la intersecția cu arcul de cerc cu centrul în ***Px*** şi raza ***Pxv′***.

Urma verticală ***(Pv)*** a planului ***[P]*** rabătut în planul ***[H]*** va fi definită de punctele ***Px*** şi ***Vo***.Orizontala rabătută ***(Oo)*** în planul ***[H]*** va fi paralelă cu axa de rabatere ***(Ph)*** şi va trece prin ***Vo***.

Odată cu orizontala se rabat şi punctele ***A*** şi ***B*** .Punctele ***Ao*** şi ***Bo*** se obtin ducând perpendiculare din ***a*** şi ***b*** până la intersecția cu orizontala ***(Oo)***.

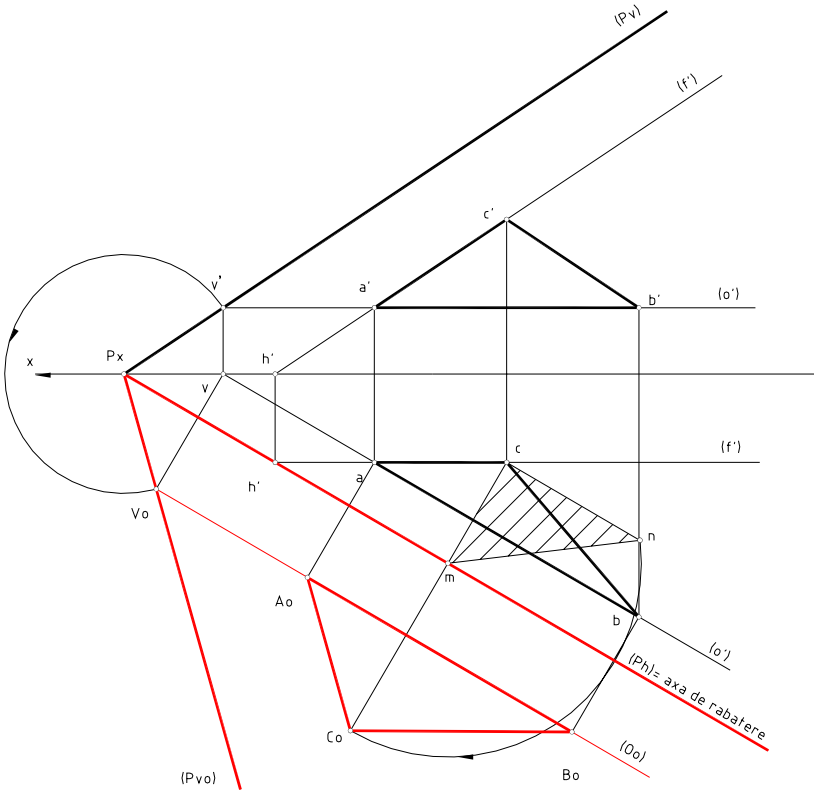
1.10. Punctul ***Co*** se obține construind triunghiul de poziție astfel: prin ***c*** se duce o paralelă la axa de rabatere pe care se măsoară un segment egal cu cota punctului ***C (|cn|=zc)*** ;ipotenuza acestui triunghi va fi definită de punctele ***m*** şi ***n***, unde ***m*** este piciorul perpendicularei din ***c*** pe axa de rabatere.Cu centru în ***m*** şi raza de rabatere ***|mn|*** se trasează un arc de cerc până la intersecția cu perpendiculara din ***c*** pe axa de rabarere în punctul ***Co***.

1.11. Triunghiul ***AoBoCo*** fiind rabătut în planul ***[H]*** va fi în adevărata sa mărime.

1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.24).

Tabelul 4.3

Varianta punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	55	20	75	60	65	50	45	60	50	40
	y	30	25	20	15	20	20	35	25	35	35
	z	15	20	25	15	10	25	15	20	25	30
B	x	0	0	20	5	10	0	5	0	0	5
	y	50	35	50	50	50	60	60	70	70	60
	z	15	20	25	15	20	25	15	20	25	30
C	x	25	40	55	35	15	5	10	25	20	15
	y	30	25	20	15	20	20	35	25	35	35
	z	30	15	45	30	50	40	30	40	45	50
Rabatere în planul		[H]									
Varianta punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	55	30	75	70	55	75	65	20	60	45
	y	15	30	10	15	30	20	20	25	15	35
	z	15	15	10	10	15	25	10	20	15	15
B	x	15	10	45	35	0	20	30	0	5	5
	y	50	45	35	40	50	50	50	35	50	60
	z	15	15	10	10	15	25	20	20	15	15
C	x	35	20	55	50	25	55	15	40	35	10
	y	15	30	10	15	30	20	20	25	15	35
	z	35	30	25	30	30	45	50	15	30	30
Rabatere în planul		[V]									
Varianta punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	60	50	40	55	30	75	55	20	65	***70***
	y	25	35	35	15	30	10	30	25	20	***20***
	z	20	25	30	15	15	10	15	20	10	***15***
B	x	0	0	5	15	10	45	0	0	30	***10***
	y	70	70	60	50	45	35	50	35	50	***55***
	z	20	25	30	15	15	10	15	20	20	***15***
C	x	25	20	15	35	20	55	25	40	15	***40***
	y	25	35	35	15	30	10	30	25	20	***20***
	z	40	45	50	35	30	25	30	15	50	***35***
Rabatere în planul		***[H]***									



A(70, 20,1 5) B(10, 55, 15) C(40, 20, 35)

Rabatere in planul [H]

Enunt: Sa se determine adevarata marime a unui Δ[ABC] prin metoda rabaterii intr-un plan de proiectie.

Lucrarea nr. 4.2.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Adevarata marimea a Δ[ABC] prin rabatere.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.4.24

4.2.4. Prismă dreptă cu baza într-un plan ***[P].***

Enunț:

Să se construiască un cub ***[ABCDA$_1$B$_1$C$_1$ D$_1$]*** cu baza un pătrat ***[ABCD] ∈ [P] (Px, Py, T***); latura cubului este ***/AB/=30 mm*** (tabelul 4.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 4.25); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.25).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Px,Py,T*** şi ***A*** (tabelul 4.4) şi se precizează poziția lor în spațiu :

Px(110,0,0) ∈ (Ox); Py(0,85,0) ∈ (Oy) ; T(30,0,85) ∈ [V]; A(70,15,z$_A$) ∈ I$_1$.

1.5. In varianta dată se utilizează ridicarea rabaterii din planul ***[H].***

1.6. Se reprezintă epurele punctelor ***Px,Py, T*** şi ***A*** conform modelului (fig.4.25).

1.7. Se reprezintă urmele planului ***[P],(Pv)*** şi ***(Ph)*** definit de punctele ***Px,Py*** şi ***T.***

1.8. Punctul ***A*** din plan se construieşte cunoscându-se teorema potrivit căreia un punct aparține unui plan dacă aparține unei drepte din plan.

De aceea cunoscându-se abscisa şi cota punctului A se va construi o dreaptă în plan care să conțină proiecția verticală ***a′***. Cel mai simplu este să se construiască o orizontală a planului ***[P]*** care trece prin punctul ***A.***

1.9. Proiecția verticală a orizontalei ***(o′)*** este paralelă cu ***(Ox),*** conține ***a′*** şi intersectează ***(Pv)*** în ***v′***; proiecția orizontală a orizontalei ***(o)*** va trece prin ***v*** şi va fi paralelă cu ***(Ph);*** pe ea se determină cu linie de ordine a proiecția orizontală a punctului ***A.***

1.10. Pentru a construi baza ***[ABCD]*** a cubului se rabate planul ***[P]*** în planul ***[H]*** având ca axă de rabatere ***(Ph)***(vezi lucrarea ***4.2.3***); pe orizontala rabătută se construieşte latura ***/AoBo/=30 mm***.

1.11. În planul rabătut se construieşte pătratul ***[AoBoCoDo]*** a cărui latură ***/CoDo/*** se va afla pe o altă orizontală a planului ***(Oo$_1$)***.

1.12. Se ridică în plan orizontala ***(O$_1$)*** astfel: prin ***Vo$_1$*** se trasează un arc de cerc cu centrul în ***Px*** şi raza ***/Px,Vo$_1$/*** până intersectează ***(Pv)*** în ***v$_1$′***, apoi se trasează proiecțiile orizontalei ***(O$_1$)*** în planul ***[P]*** la fel ca şi la orizontala ***(O).***

1.13. Proiecțiile orizontale ***a,b,c,d*** se vor afla pe proiecțiile orizontale ale orizontalelor corespunzătoare ***(o)*** şi ***(o$_1$)***; cu linii de ordine se obțin şi proiecțiile lor verticale ***a′, b′, c′, d′.***

1.14. Latura cubului ***/AA$_1$/*** se afla pe o perpendiculara ***(MA)*** ridicată din ***A*** pe planul ***[P], (m′a′)⊥ (Pv)*** şi ***(ma)⊥(Ph)***; pentru a măsura un segment de mărime dată se va transforma dreapta ***(MA)*** într-o dreaptă orizontală printr-o rotaţie frontală având ca axă o dreaptă de capăt ce trece prin ***A***.

Pe proiecţia orizontală a dreaptei rotite ***(am$_1$)*** se va măsura segmentul ***/a a$_{11}$ /=30 mm*** ; prin proiecţia orizontală rotită a punctului ***a$_{11}$*** se va aduce o paralelă la ***(Ox)*** până la intersecţia cu perpendiculara ***(MA)*** pentru a determina proiecţia orizontală nerotită ***a$_1$*** a punctului ***A$_1$***.

Proiecţia verticală ***a$_1$′*** a punctului ***A$_1$*** se determină cu linie de ordine dusă pe ***(a′m′).***

1.15. Cunoscându-se baza cubului ***[ABCD]*** şi înălţimea sa ***/AA$_1$ /*** celelalte vârfuri ***B$_1$***, ***C$_1$***, ***D$_1$***, se determină ducând paralele la laturile cunoscute , ştiindu-se că proiecţia ortogonală conservă paralelismul laturilor.

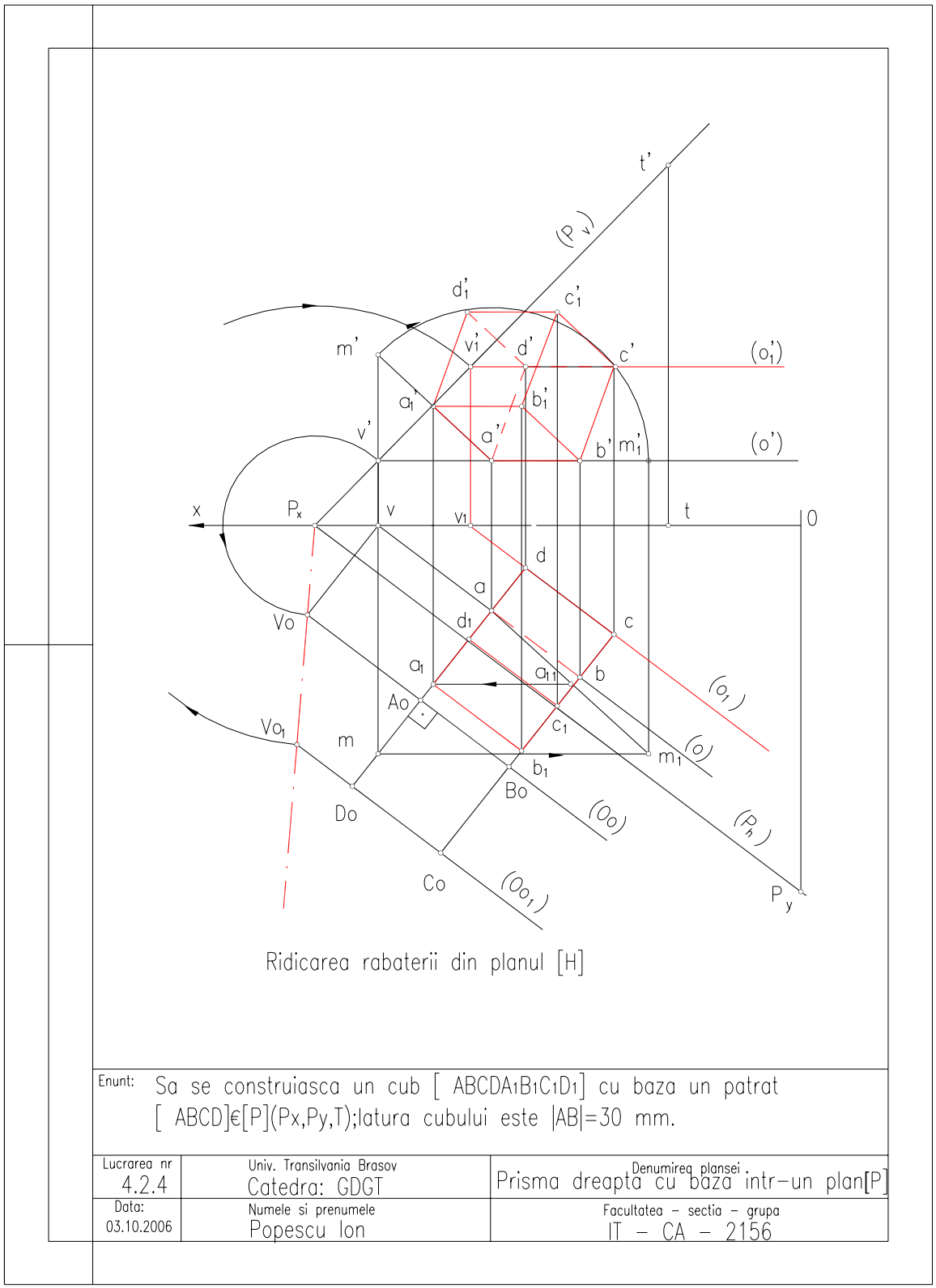
1.16. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.25).

Tabelul 4.4

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Px	x	80	70	80	90	100	95	85	75	80	90
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Py	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	65	55	70	65	70	60	65	70	75	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	x	10	10	20	20	30	30	10	10	20	20
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	55	60	65	45	50	50	55	60	65
A	x	40	35	45	55	50	40	35	45	55	50
	z	15	15	25	25	20	20	15	15	20	20
Ridicarea rabateriidin		[H]									

Tabelul 4.4
continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Px	x	50	45	40	35	30	25	15	10	50	45
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Py	x	130	120	110	130	120	110	100	90	95	100
	y	70	60	65	55	50	55	60	70	65	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	x	120	110	100	120	110	100	90	60	55	50
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	50	60	65	55	50	60	55	50	65	55
A	x	80	75	70	65	60	55	45	40	80	75
	y	15	15	20	20	10	10	15	15	20	20
Ridicarea rabateriidin		[V]									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Px	x	25	15	10	50	45	70	80	90	100	***110***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
Py	x	110	100	90	95	100	0	0	0	0	***0***
	y	55	60	70	65	60	55	70	65	70	***85***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
T	x	100	90	60	55	50	10	20	20	30	***30***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	60	55	50	65	55	55	60	65	45	***85***
A	x	55	45	40	80	75	35	45	55	50	***70***
	z	10	15	15	20	20	15	25	25	20	***15***
Ridicarea rabateriidin		***[H]***									



Ridicarea rabaterii din planul [H]

Enunt: Sa se construiasca un cub [ABCDA1B1C1D1] cu baza un patrat [ABCD]€[P](Px,Py,T);latura cubului este |AB|=30 mm.		
Lucrarea nr 4.2.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumireq plansei . Prisma dreapta cu baza intr-un plan[P]
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.4.25

4.3. TEME

4.3.1. Distanța dintre două plane paralele **.**

Enunț:

Să se determine adevărata mărime a distanței dintre planele paralele ***[R] (Rx, A, B)*** şi [***Q] (Qx, Qh, Qv)***, prin schimbarea planelor de proiecție (tabelul 4.5).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 4.26); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.26).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Rx, A, B*** şi ***Qx*** (tabelul 4.4) şi se precizează poziția lor în spațiu :

Rx(70,0,0) ∈ (Ox); A(15,0,60) ∈ [V] ; B(15,60,0) ∈ [H]; Qx(50,0,0) ∈ (Ox).

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***Rx, A, B*** şi ***Qx*** conform modelului (fig.4.26).

1.6. Se reprezintă urmele planului ***[R],(Rv)*** şi ***(Rh)*** definit de punctele ***Rx,A*** şi ***B.***

1.7. Urmele planului ***[Q]*** se construiesc trasând paralele prin ***Qx*** la urmele planului ***[R]*** ; ***(Qh) ∥ (Rh)*** şi ***(Qv) ∥ (Rv)***.

1.8. Prin schimbarea planului ***[H]*** astfel încât ***(O_1x_1)*** să fie perpendicular pe ***(Rv)*** şi ***(Qv)*** cele două plane ***[R]*** şi ***[Q]*** devin plane verticale ***[R_1]*** şi ***[Q_1].***

1.9. Pentru determinarea urmelor orizontale ***(Rh)*** şi ***(Qh)*** utilizăm punctele ***H_2*** şi ***H*** situate pe urmele orizontale ale planelor ***[R]*** şi ***[Q]*** având proiecțiile verticale ***h_2'*** şi ***h'*** în punctul de intersecție dintre axele ***(Ox)*** şi ***(O_1x_1).***

După schimbarea planului ***[H]*** proiecțiile orizontale ***h_1*** şi ***h_3*** se vor afla pe perpendiculara trasată pe noua axa de proiecție din punctul comun celor două axe (fig.4.26).

1.10. Adevărata mărime ***d*** a distanței dintre ele va fi deci distanța dintre urmele lor orizontale (fig.4.26).

1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.26).

Tabelul 4.5

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rx	x	100	90	80	70	60	100	90	80	70	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	15	15	15	15	15	10	10	10	10	10
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	70	70	70	70	70	60	60	60	60	60
B	x	10	10	10	10	10	15	15	15	15	15
	y	60	60	60	60	60	55	55	55	55	55
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_Q		85	75	65	55	45	85	75	65	55	45
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Rx	x	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	100	95	90	85	80	90	80	85	70	65
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	60	60	60	60	60	65	65	65	65	65
B	x	90	80	85	80	75	85	75	80	65	60
	y	65	65	65	65	65	60	60	60	60	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_Q		25	30	35	40	45	25	30	35	40	45

Tabelul 4.5
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Rx	x	60	70	80	90	100	110	100	90	80	***70***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
A	x	50	60	70	80	90	100	90	80	70	***15***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	60	60	60	60	55	55	55	55	55	***60***
B	x	45	55	65	75	85	95	85	75	65	***15***
	y	55	55	55	55	55	60	60	60	60	***60***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
x_Q		50	60	70	80	90	100	90	80	70	***50***

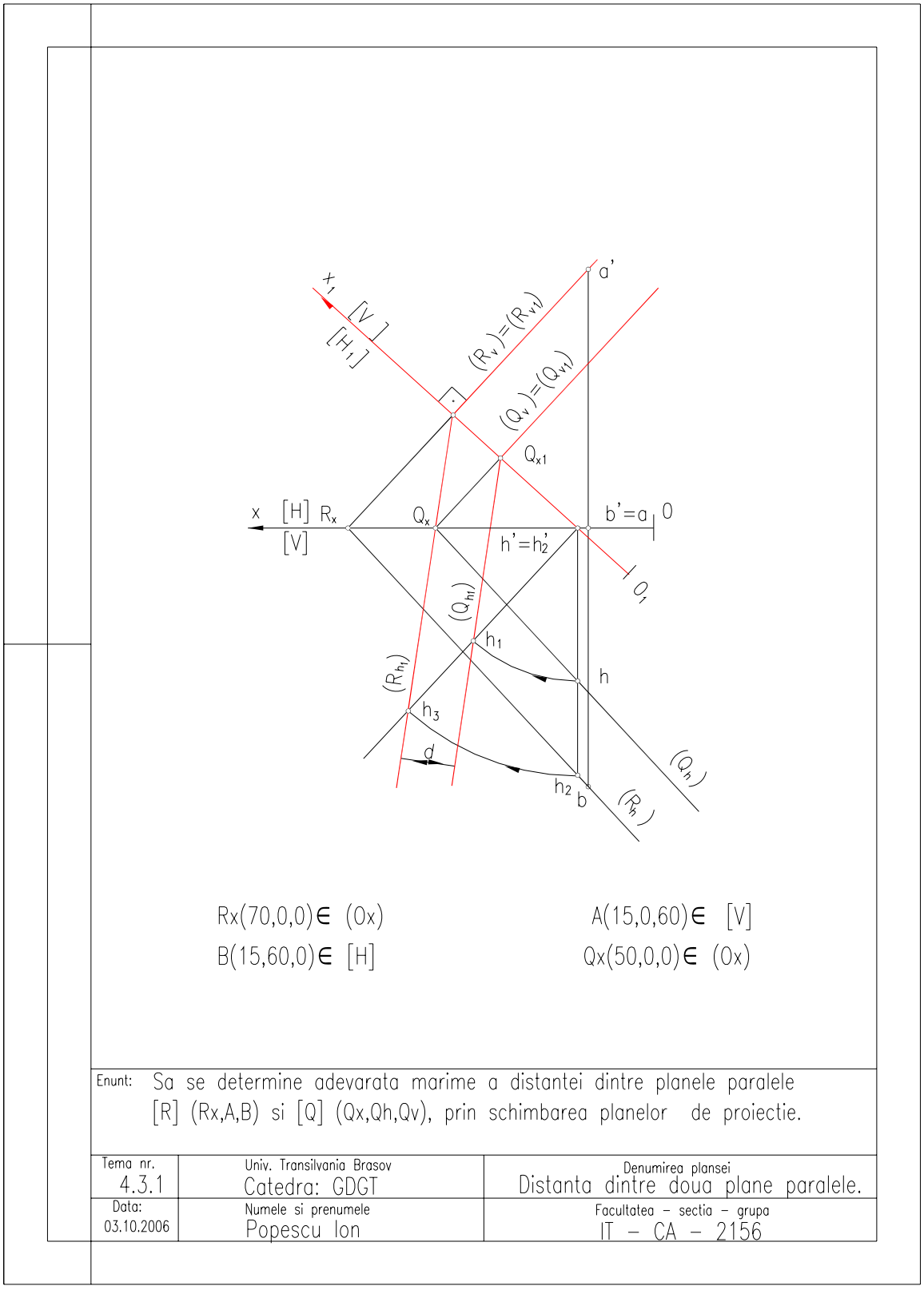

x1
[V]
[H1]
a'
(Rv)=(Rv1)
(Qv)=(Qv1)
Qx1
x
[H]
[V]
Rx
Qx
b'=a
0
h'=h2'
01
(Qh1)
h1
h
(Rh1)
h3
d
h2
b
(Qh)
(Rh)
Rx(70,0,0)∈ (Ox)
A(15,0,60)∈ [V]
B(15,60,0)∈ [H]
Qx(50,0,0)∈ (Ox)
Enunt: Sa se determine adevarata marime a distantei dintre planele paralele
[R] (Rx,A,B) si [Q] (Qx,Qh,Qv), prin schimbarea planelor de proiectie.
Tema nr. 4.3.1
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Distanta dintre doua plane paralele.
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea - sectia - grupa
IT - CA - 2156

Fig.4.26

4.3.2. Rotația unei drepte ***(D).***

Enunț:

Să se transforme dreapta ***(D); (AB)*** într-o dreaptă ***(D_2)*** prin metoda rotației (tabelul 4.6).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 4.27); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.27).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A*** şi ***B*** (tabelul 4.6) şi se precizează poziția lor în spațiu :

$A(85,40,15) \in [I_1]$; $B(65,20,40) \in [I_1]$.

1.5. Dreapta ***(D_2)-***dreaptă fronto-orizontală.

1.6. Se reprezintă epurele punctelor ***A*** şi ***B*** conform modelului (fig.4.27).

1.7. Se reprezintă proiecțiile dreptei ***(AB)***.

1.8. Printr-o rotație frontală,având ca axă de rotație o dreaptă de capăt ***(Z)***,concurentă cu dreapta ***(AB)*** în punctul ***B***,se transformă dreapta dată într-o orizontală astfel:

-proiecția ei verticală ***($a'b'$)*** se va roti în jurul axei ***(Z)*** până când ***($a_1'b_1'$)*** devine paralelă cu ***(Ox)***;

-proiecția orizontală ***a*** va ajunge după rotația frontală în ***a_1*** .

1.9. Printr-o altă rotație ,dar de nivel, având ca axă de rotație o dreaptă verticală ***(Z_1)***, concurentă cu orizontala ***(A_1 B_1)*** în punctul ***A_1*** , se transformă orizontala într-o dreaptă fronto-orizontală ***(A_2B_2)*** astfel:

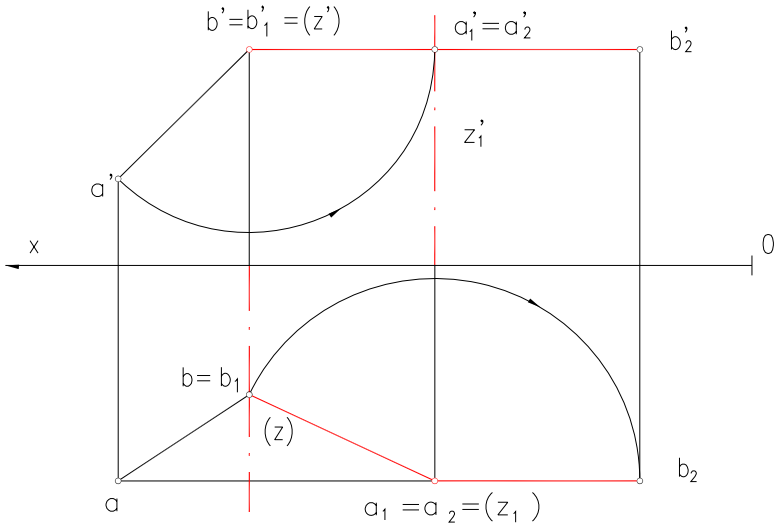
- proiecția orizontală ***b_1*** va ajunge după rotația de nivel în ***b_2*** ,astfel încât ***(a_2 b_2)*** să fie paralelă cu ***(Ox)***;

- proiecția ei verticală ***($a_2'b_2'$)*** va ajunge şi ea paralelă cu ***(Ox)***.

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.27).

Tabelul 4.6

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	65	70	75	80	85	80	75	70	65	60
	y	30	25	20	15	40	35	35	35	35	35
	z	15	20	25	15	20	25	15	20	25	30
B	x	10	15	20	25	30	0	5	10	15	25
	y	50	50	50	50	15	60	50	15	20	10
	z	30	40	10	30	45	10	30	25	40	15
(D_2)		Dreaptă verticală					Dreaptă de capăt				
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	85	80	75	70	65	70	75	80	85	90
	y	40	35	35	30	35	25	20	15	35	25
	z	20	25	15	20	25	20	25	15	15	35
B	x	30	10	5	10	15	15	20	25	30	20
	y	15	60	50	15	20	50	50	50	15	10
	z	45	10	30	25	40	40	10	30	40	50
(D_2)		Dreaptă fronto-orizontală					Dreaptă verticală				
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	15	20	25	30	20	30	10	5	10	***85***
	y	50	50	50	15	10	15	60	50	15	***40***
	z	40	10	30	40	50	45	10	30	25	***15***
B	x	70	75	80	85	90	85	80	75	70	***65***
	y	25	20	15	35	25	40	35	35	30	***20***
	z	20	25	15	15	35	20	25	15	20	***40***
(D_2)		Dreaptă de capăt					***Dreaptă fronto-orizontală***				



A(85,40,15)∈ l1 B(65,20,40)∈ l1

(D2)– dreapta fronto–orizontala

Enunt: Sa se transforme dreapta (D); (AB) intr–o dreapta (D_2) prin metada rotatiei.

Tema nr. 4.3.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Rotatia unei drepte (D).
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.4.27

4.3.3. Unghiul dintre două drepte

Enunț:

Să se determine unghiul dintre două drepte concurente ***(D);(AB)*** şi ***(D1);(BC)*** prin metoda rabaterii în planul ***[H]*** (tabelul 4.7).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 4.28); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.28).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B*** şi ***C*** (tabelul 4.7) şi se precizeze poziția lor în spațiu :

A(110,45,0) $\in$ [H] ; B(70,25,30) $\in$ [I_1] ; C(45,40,0) $\in$ [H].

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A, B*** şi ***C*** conform modelului (fig.4.28).

1.6. Se reprezintă proiecțiile dreptelor ***(D)*** şi ***(D_1)***.

1.7. Axa de rabatere va fi dreapta ***(AC)*** situată în planul ***[H]***.

1.8. Se construieşte triunghiul de poziție pentru punctul ***B***, față de axa de rabatere.

1.9. Cu centrul în ***m*** (piciorul perpendicularei din ***b*** pe axa de rabatere) şi cu raza ipotenuza triunghiului de poziție se determină punctul ***Bo*** pe prelungirea perpendicularei din ***b*** pe axa de rabatere.

1.10. Punctele ***A*** şi ***C*** fiind pe axa de rabatere şi punctul ***Bo*** fiind şi el rabătut în planul ***[H],*** unghiul dintre cele două drepte ***(AB)*** şi ***(BC)*** va fi unghiul $\propto$ (fig.4.28).

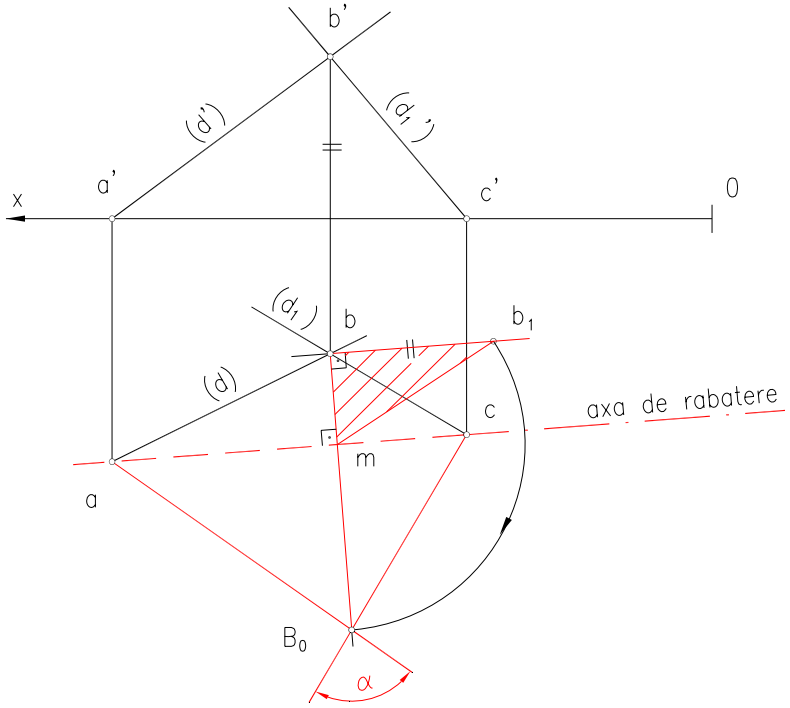
1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.28).

Tabelul 4.7

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	100	90	80	80	85	80	75	70	65	60
	y	50	40	30	25	40	35	35	35	35	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	50	45	50	60	55	60	45	40	30	40
	y	10	20	10	15	10	15	150	10	20	15
	z	40	20	25	35	35	25	30	20	303	30
C	x	35	25	35	35	35	35	35	20	10	15
	y	25	25	20	20	25	30	35	25	30	25
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	85	80	75	70	65	70	75	80	85	90
	y	35	35	35	35	35	50	40	30	25	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	65	60	55	50	45	40	50	60	60	60
	y	40	20	25	35	35	25	30	20	30	30
	z	35	25	35	35	35	35	35	20	10	15
C	x	20	20	20	20	20	0	5	10	15	25
	y	35	25	35	35	35	35	35	20	10	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelul 4.7
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	55	60	45	40	30	40	50	45	50	***110***
	y	10	15	150	10	20	15	10	20	10	***45***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
B	x	85	80	75	70	65	60	90	80	80	***70***
	y	40	45	35	35	35	35	40	30	25	***25***
	z	35	25	30	20	303	30	20	25	35	***30***
C	x	35	25	35	35	35	35	35	20	10	***45***
	y	25	25	20	20	25	30	35	25	30	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***



A(110,45,0)∈ [H] B(70,25,30)∈ l1 C(45,40,0)∈[H]

Enunt: Sa se determine unghiul dintre doua drepte concurente (D); (AB) si (D1); (BC) prin metoda rabaterii in planul [H].

Tema nr. 4.3.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Unghiul dintre doua drepte.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.4.28

4.3.4. Ridicarea rabaterii într-un plan proiectant.

Enunț:

Să se construiască într-un plan proiectant ***[P] (Px,T)*** un hexagon ***[A,B,C,D,E,F]*** înscris într-un cerc de rază ***R=30mm*** şi centrul în ***Ω*** (tabelul 4.8).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 4.29); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.4.29).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Px,T*** şi ***Ω***

Px(80,0,0); T(0,0,65); Ω(40,40,$z_Ω$)

1.5. Se reprezintă planul de capăt ***[P] (Px,T)*** şi centrul ***Ω***.

1.6. Planul ***[P]*** se va rabate în planul ***[H]*** astfel încât urma sa orizontală ***(Ph)***va rămâne perpendiculară pe ***(Ox)*** şi urma sa verticală ***(Pv_1)***se va suprapune peste ***(Ox).***

1.7. Impreună cu urma verticală ***(Pv_1)*** se rabate şi centrul cercului ***Ω*** in care se va înscrie hexagonul;după rabatere acesta ajunge în ***$Ω_o$.***

1.8. În cercul cu centrul în ***$Ω_o$*** şi raza de ***30mm*** se va înscrie hexagonul ***[A_o, B_o, C_o, D_o, E_o, F_o]*** .

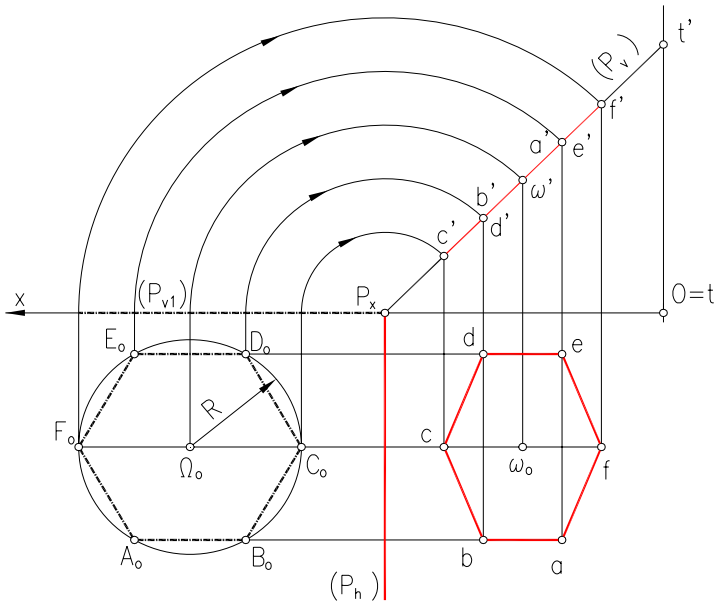
1.10.Se ridică rabaterea acestui hexagon în planul ***[P]*** pentru fiecare vârf al său,fiind cunoscut faptul că orice figură plană aparținând unui plan de capăt are proiecția verticală suprapusă peste urma verticală ***(Pv)*** a planului.

1.11.Se determină cu linii de ordine şi proiecția orizontală ***[abcdef]***a hexagonului construit în planul proiectant (de capăt) ***[P].***

1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.4.29).

Tabelul 4.8

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
[P]	x_{Px}	70	80	70	60	75	70	80	70	60	75
T	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	55	60	50	60	70
	z	55	60	50	60	70	0	0	0	0	0
Ω	x	35	45	40	30	35	35	45	40	30	35
	y	40	45	40	35	45	y_Ω				
	z	z_Ω					40	45	40	35	45
Ridicarea rabaterii din planul [H]											
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
[P]	x_{Px}	70	80	70	60	75	70	80	70	60	75
T	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	55	60	50	60	70	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	55	60	50	60	70
Ω	x	35	45	40	30	35	35	45	40	30	35
	y	y_Ω					40	45	40	35	45
	z	40	45	40	35	45	z_Ω				
Ridicarea rabaterii din planul [V]											
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
[P]	x_{Px}	70	80	70	60	75	70	80	70	60	***80***
T	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	55	60	50	60	70	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	55	60	50	60	***65***
Ω	x	35	45	40	30	35	35	45	40	30	***40***
	y	y_Ω					40	45	40	35	***40***
	z	40	45	40	35	45	z_Ω				
Ridicarea rabaterii din planul [H]											



Px(80,0,0)∈ (Ox) Ω(40,40,zΩ)∈ I1 T(0,0,65)∈ [V]

[P] plan de capat

Ridicarea rabaterii din planul [H]

Enunt: Sa se construiasca intr-un plan proiectant [P] (Px,T) un hexagon [ABCDEF] inscris intr-un cerc de raza R=30 mm si centrul in Ω.

Tema nr. 4.3.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Ridicarea rabaterii intr-n plan proiectant
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.4.29

5.POLIEDRE

5.1.GENERALITĂȚI

Poliedrele sunt corpuri geometrice mărginite de fețe poligonale plane. Intersecția a două fețe determină o ***muchie*** a poliedrului, iar intersecția a cel puțin trei fețe determină un ***vârf*** al poliedrului.

Poliedrele pot fi ***regulate*** sau ***neregulate*** în funcție de poligoanele de care sunt mărginite.

Poliedrele ***regulate*** au toate fețele poligoane regulate egale şi unghiurile diedre egale între ele.Acestea sunt:

- ***tetraedrul*** (fig.5.1 a)
- ***hexaedrul sau cubul*** (fig.5.1 b)
- ***octaedrul*** (fig.5.1 c)
- ***dodecaedrul*** (fig.5.1 d)
- ***icosaedrul*** (fig.5.1 e)

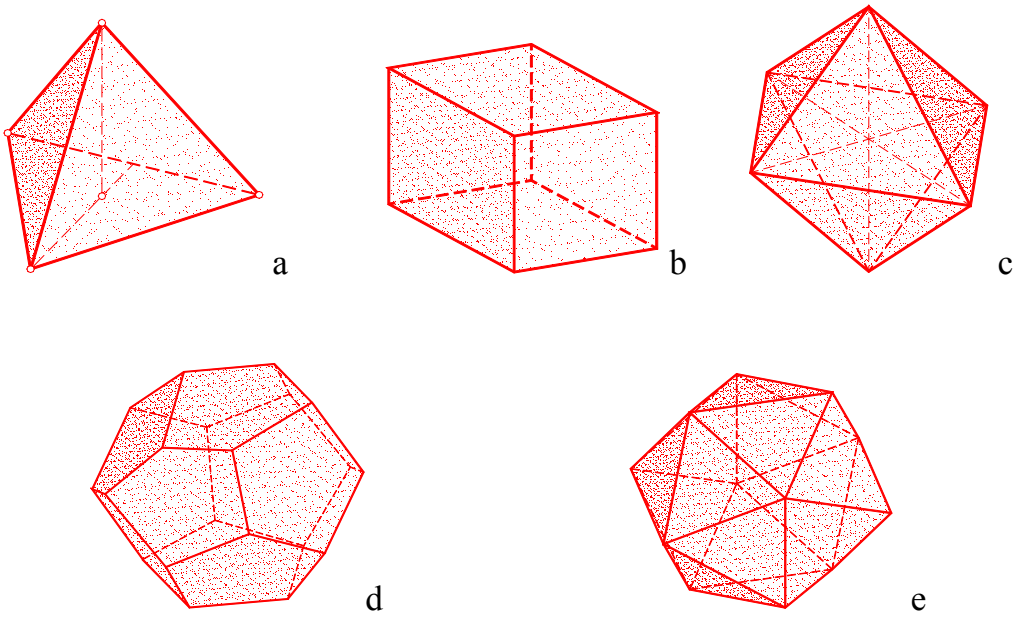


Fig.5.1

Poliedrele ***neregulate*** frecvent întâlnite sunt ***prisma*** şi ***piramida .***

Prisma este poliedrul ale cărui muchii sunt paralele şi bazele sunt egale între ele şi paralele. Dacă muchiile sunt perpendiculare pe planul bazei, prisma este dreaptă (fig.5.2) iar dacă sunt înclinate față de planul bazei, prisma este ***oblică*** (fig.5.3).

Fețele laterale ale prismei sunt patrulatere (paralelograme sau dreptunghiuri).

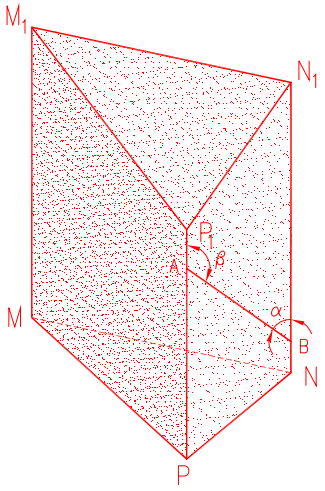


Fig.5.2

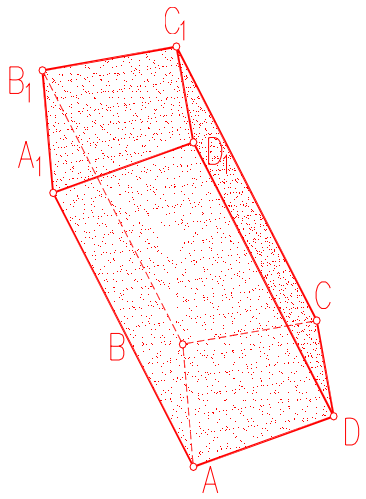


Fig.5.3

Piramida este poliedrul ale cărui muchii laterale sunt concurente într-un punct numit vârf, iar baza este un poligon .

Fețele laterale ale piramidei sunt triunghiuri. Dacă vârful piramidei se proiectează în centru bazei, piramida este ***dreaptă*** (fig.5.4); în caz contrar, este ***oblică*** (fig.5.5).

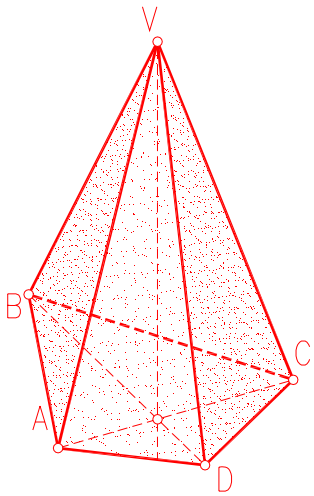


Fig.5.4

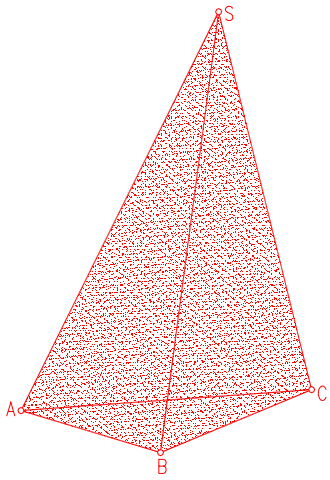


Fig.5.5

Un poliedru poate fi ***convex***,dacă este situat de aceiaşi parte a planului oricăreia din fețe sau ***concav***,dacă este intersectat de planele fețelor sale.

Poliedrele se reprezintă în epură prin proiecțiile vârfurilor şi muchiilor.

Deoarece poliedrele sunt considerate corpuri opace muchiile vizibile se reprezintă cu linie groasă continuă iar cele acoperite se reprezintă cu linie întreruptă.

Vizibilitatea muchiilor în epură, se determină respectând următoarele reguli generale :

- conturul aparent este întotdeauna vizibil;
- muchie sau o față care conține un punct vizibil ce nu aparține conturului aparent, este vizibilă; astfel în fig.5.4, proiecțiile orizontale ale muchiilor ***/AV/, /BV/*** şi ***/CV/*** sunt vizibile întrucât conțin proiecția orizontală ***v*** a vârfului ***V,*** vizibilă pe planul ***[H]*** de proiecție;
- dacă proiecțiile a două muchii ce nu se intersectează în spațiu sunt concurente, atunci una din acestea este vizibilă şi cealaltă nevizibilă (în fig.5.3, proiecția verticală a muchiei /M_1R_1 /, respectiv a muchiei /NN_1 /);
- dacă două fețe se intersectează după o muchie ce aparține conturului aparent, atunci una din fețe este vizibilă şi cealaltă nevizibilă (fig.5.2, muchia /$m'm_1'$/ şi fețele ***[m′m₁′r₁′r′]*** -vizibilă , respectiv ***[m′m₁′n₁′n′]***- nevizibilă);
- dacă muchia nu aparține conturului aparent, atunci ambele fețe sunt vizibile (fig.5.2, muchia /$r'r_1'$/ şi fețele ***[m′m₁′r₁′r′]*** şi ***[r′r₁′p₁′p′]***) sau ambele nevizibile (fig. 5.2, muchia / $n'n_1'$/şi fețele***[m′m₁′n₁′n′]*** şi ***[n′n₁′p₁′p′]***);
- dacă un vârf ce nu aparține conturului aparent este vizibil, atunci toate muchiile care converg în acel vârf sunt vizibile (fig.5.3, vârful *v′* şi muchiile /$a'b'$/, /$b'c'$/, /$b'b_1'$/), iar dacă acel vârf este nevizibil, atunci şi muchiile care converg în el sunt, de asemenea, nevizibile (fig. 5.2), vârful r_1'şi muchiile / $m_1'r_1'$/, / $r_1'p_1'$/, / $r_1'r'$ /).

Un punct de pe suprafața unui poliedru aparține unei drepte de pe fața acestuia.

5.1.1. Secțiuni prin poliedre

Secționând un poliedru convex cu un plan se obține un poligon convex;laturile poligonului rezultă din intersecția planului de secțiune cu fețele poliedrului, iar vârfurile acestuia rezultă din intersecția planului de secțiune cu muchiile

poliedrului.Deci pentru detreminarea secţiunii unui poliedru cu un plan se pot utiliza- în general două metode:

1. -determinarea poligonului de secţiune prin vârfuri,
2. -determinarea poligonului de secţiune prin laturi.

Prin secţionarea unui poliedru cu un plan proiectant, proiecţia poligonului de secţiune rezultat, aparţine urmei planului de secţiune pe care planul proiectant este perpendicular (fig.5.6 şi fig. 5.7).

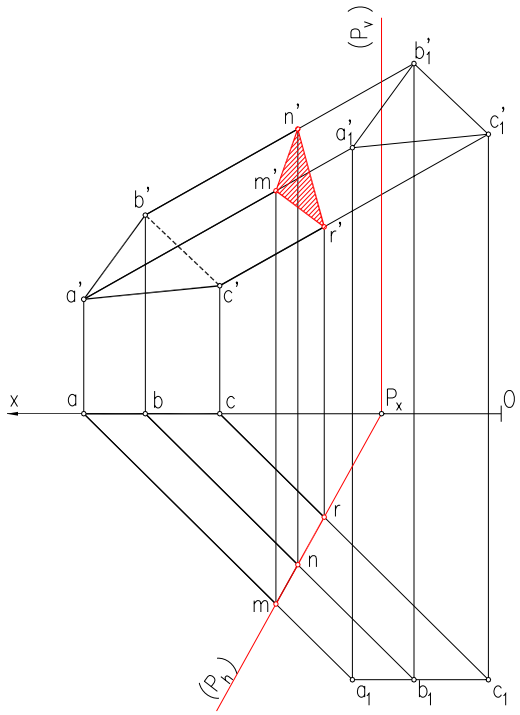


Fig.5.6

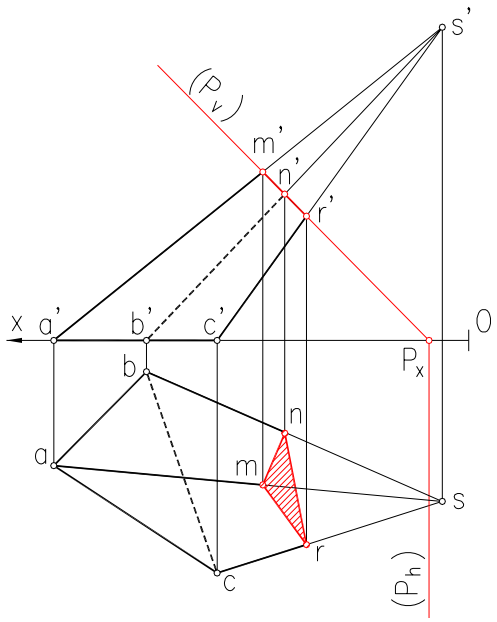


Fig.5.7

5.1.2. Desfăşurarea poliedrelor

Prin desfăşurarea unui poliedru toate feţele sale sunt aduse în acelaţi plan; figura plană poligonală obţinută se numeşte ***desfăşurată*** sau ***transformată prin desfăşurare*****;** Trasarea desfăşuratei atât pentru prismă cât şi pentru piramidă presupune cunoaşterea adevăratei mărimi a bazelor poliedrelor desfăşurate şi a muchiilor şi feţelor laterale.

a. Desfăşurarea unei prisme.

Fie trunchiul de prismă dreaptă ***[MNPM$_1$N$_1$P$_1$]*** ale cărei muchii laterale sunt perpendiculare pe planul bazei (fig.5.8). Desfăşurând prisma după muchia /***M M$_1$*** / şi aşezând feţele laterale în acelaşi plan, se obţine un şir de poligoane ale căror laturi sunt muchiile prismei: /***MM$_1$*** /≡/***M$_0$M$_{10}$*** /;

/***NN$_1$***/≡/***N$_0$N$_{10}$*** /; /***PP$_1$*** /≡/***PP$_{10}$*** /; /***MN***/≡/***M$_0$N$_0$*** /; /***NP***/≡/***N$_0$P$_0$*** /; /***PM***/≡/***P$_0$M$_0$*** /.

Muchiile laterale fiind paralele între ele, rămân paralele şi în desfăşurată. Deoarece muchiile laterale sunt perpendiculare pe bază, transformata prin desfăşurare a bazei este o linie dreaptă. Considerând că /***AB***/⊂***[NN$_1$P$_1$P]*** şi transformata /**A$_0$B$_0$** /⊂ ***[N$_0$N$_{10}$P$_{10}$P$_0$]*** atunci /***AB***/= /***A$_0$B$_0$*** /, iar unghiurile pe care /***AB***/ le face cu muchiile laterale, α şi β , se păstrează în desfăşurată. Prin urmare, se poate concluziona:

- · o secţiune normală printr-o prismă se transformă, prin desfăşurare, într-o linie dreaptă;
- · o dreaptă şi transformata ei, prin desfăşurare, taie muchiile prismei sub aceleaşi unghiuri;
- · o linie pe suprafaţa unui poliedru are aceeaşi lungime cu transformata ei prin desfăşurare

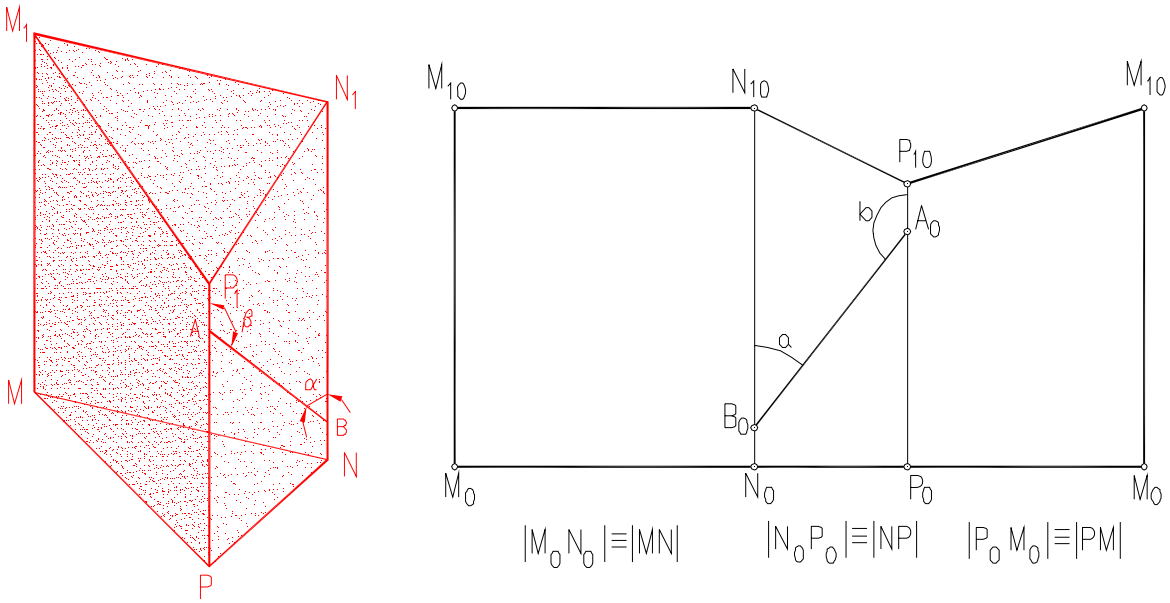


Fig.5.8

a. Desfăşurarea unei piramide.

Feţele laterale ale unei piramide sunt triunghiuri. Pentru desfăşurarea piramidei, este necesarăca şi în cazul prismei cunoaşterea adevăratelor mărimi ale bazei şi muchiilor laterale. Adevărata mărime a bazei se determină prin metoda rabaterii, iar adevăratele mărimi ale muchiilor se obţin, de regulă, prin metoda rotaţiei.

După modul de aşezare al feţelor în desfăşurată , piramida se poate desfăşura *în evantai*, dacă feţele laterale sunt aşezate în planul uneia dintre aceste feţe, sau *în stea*, dacă feţele laterale ale piramidei sunt aduse în planul bazei prin rabaterea acestora în jurul muchiilor bazei.

Fie piramida oblică ***[SABC]*** cu baza ***[ABC]⊂[H]*** (fig.5.9). Mărimea reală a bazei este definită de proiecţia orizontală a acesteia. Pentru determinarea adevăratelor mărimi ale muchiilor, acestea se rotesc în jurul unei axe verticale ***(W)(w , w ′)*** ce trece prin vârful ***S(s, s')*** al piramidei. După rotaţie, muchiile devin frontale şi proiecţiile verticale ale acestora sunt:

/s′a₁'/≡/SA/; /s′b₁′/≡/SB/ **şi** ***/s′c₁′/≡/SC/***.

Desfăşurata feţelor laterale se compune dintr-o succesiune de triunghiuri care au un vârf comun şi ale căror laturi sunt muchiile piramidei. Adăugând la desfăşurata suprafeţei laterale ***[SABCA]*** poligonul bazei ***[ABC],*** se obţine desfăşurata completă a piramidei..

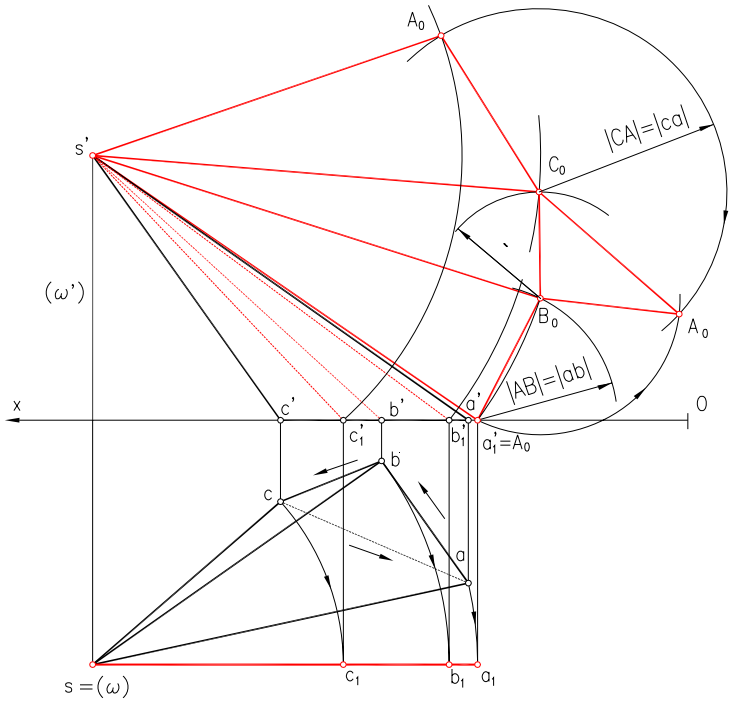


Fig.5.9

5.1.3. Intersecţia unui poliedru cu o dreaptă

Un poliedru convex este intersectat de o dreaptă în două puncte. Acestea sunt determinate de intersecţia dreptei cu poligonul rezultat prin secţionarea poliedrului cu un plan proiectant care conţine dreapta considerată.

a. Intersecţia unei drepte cu o prismă.

Fie prisma triunghiulară oblică $[ABCA_1B_1C_1]$ cu baza $[ABC]\subset[H]$ şi dreapta (D) (fig.5.10,a şi b).

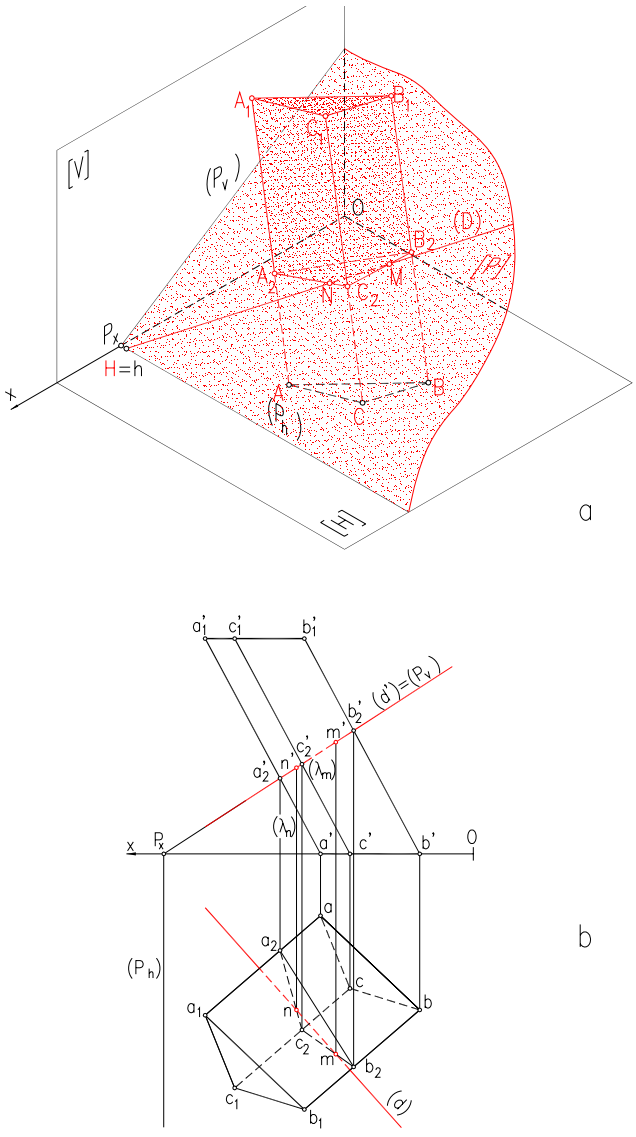


Fig.5.10

Planul de capăt ***[P]***, care conține dreapta ***(D)***, intersectează prisma după triunghiul de secțiune ***[$A_2B_2C_2$].*** Întrucât ***[$A_2B_2C_2$]*** $\subset$ ***[P]*** Λ ***(D)*** $\subset$ ***[P]***, intersecția dreptei ***(D)*** cu laturile triunghiului de secțiune determină punctele ***M***şi ***N,*** în care dreapta considerată intersectează prisma.

După determinarea proiecțiilor triunghiului de secțiune a prismei cu planul de capăt ***[P](P_h ,P_v)*** se determină proiecțiile orizontale ale punctelor de intersecție: ***m*** şi ***n***. Proiecțiile verticale ***m'***şi ***n'*** ale acestor puncte se determină cu linii de ordine ridicate din proiecțiile orizontale.

Segmentul /***MN***/ nu este vizibil în ambele proiecții, acesta fiind situat în interiorul prismei. La stabilirea vizibilității dreptei ***(D)*** se ține seama şi de vizibilitatea fețelor prismei.

b. Intersecția unei drepte cu o piramidă.

Fie piramida ***[SABC]*** cu baza ***[ABC]*** $\subset$ ***[H]*** şi dreapta ***(D)*** (fig. 5.11,a şi b). Planul auxiliar de secțiune ***[P]*** este definit de dreapta ***(D)*** şi vârful ***S*** al piramidei. Pentru construirea urmei orizontale ***(Ph)*** a acestui plan se utilizează dreapta ***(Δ)*** care trece prin ***S*** şi e concurentă în ***E*** cu dreapta ***(D).*** Planul de secțiune ***[P] [(D), (Δ)]*** intersectează piramida după dreptele ***(SN_1)*** şi ***(SM_1).***

Ca urmare, punctele de intersecție a dreptei ***(D)*** cu piramida considerată sunt: ***M*** şi ***N***.

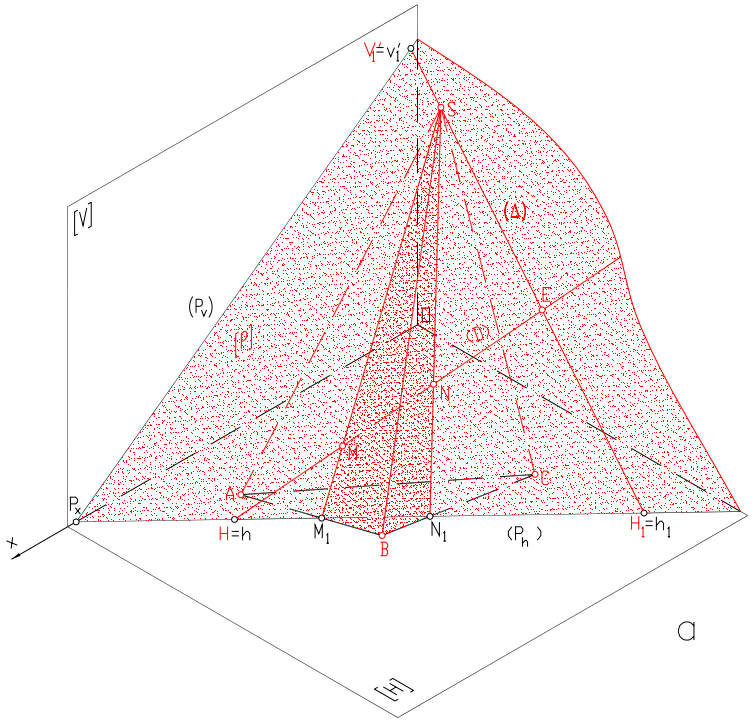


Fig.5.11

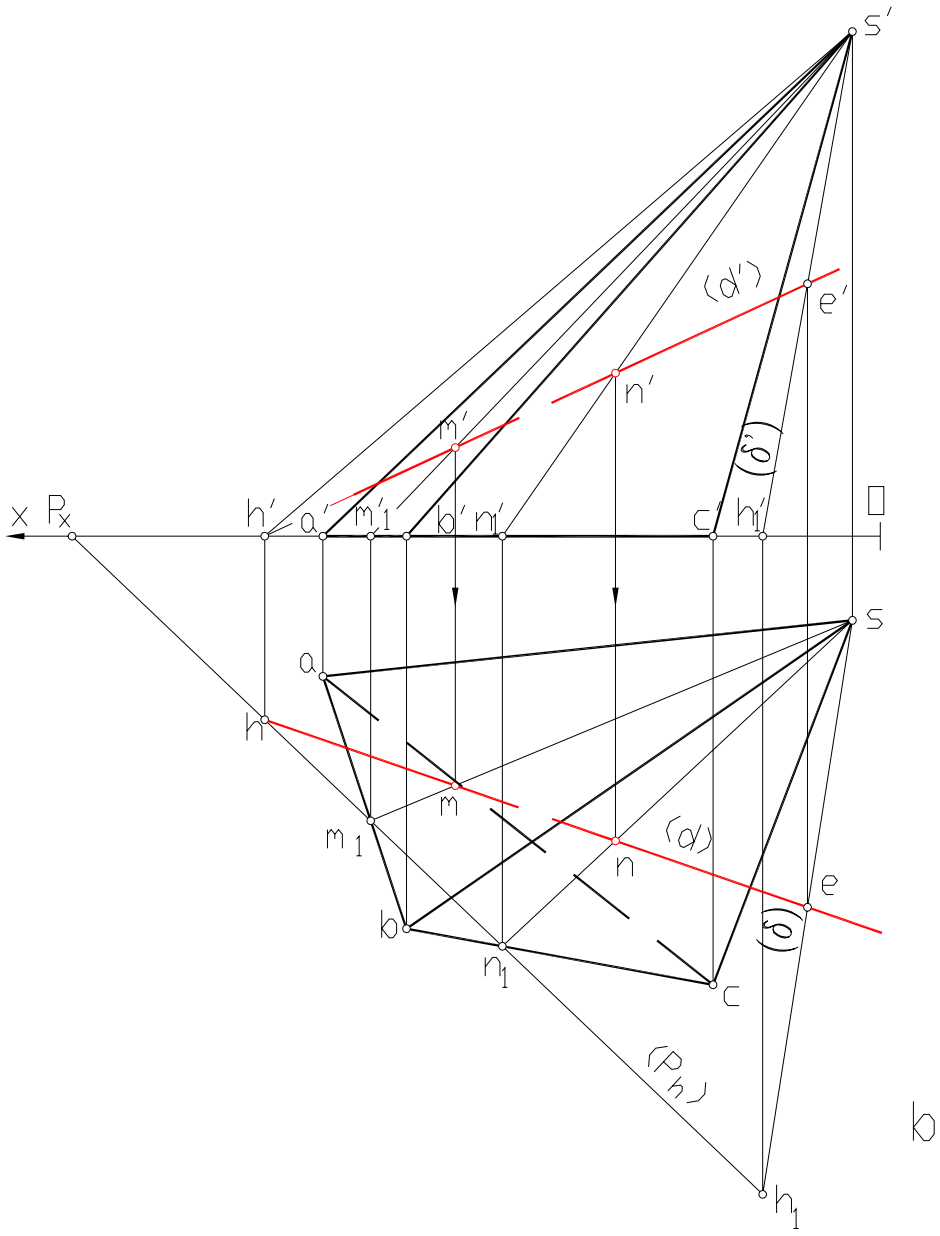


Fig.5.11

În epură (fig.5.11,b) urma orizontală ***(Ph)*** a planului de secțiune ***[P]*** este definită de urma orizontală ***h*** a dreptei ***(D)*** şi urma orizontală h_1 a dreptei ***(Δ)***; (sm_1) şi (sn_1) reprezintă proiecțiile orizontale ale dreptelor după care planul ***[P]*** intersectează fețele piramidei. Ca urmare, ***n*** şi ***m*** sunt proiecțiile orizontale ale punctelor de intersecție a dreptei ***(D)*** cu piramida considerată. Cu linii de ordine, ridicate din aceste proiecții, se determină pe ***(d′)*** proiecțiile verticale ***m′*** şi ***n′*** ale punctelor de intersecție a dreptei ***(D)*** cu piramida ***[SABC].*** La stabilirea vizibilității dreptei ***(D)*** se ține seama de cele prezentate la intersecția unei drepte cu o prismă.

5.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

5.2.1. Secționarea şi desfăşurarea unei piramide drepte.

Enunț:

Să se secționeze cu un plan proiectant ***[P](Px,M)*** piramida patrulateră dreaptă ***[VABCD]*** cu baza un pătrat ***[ABCD]*** situat într-un plan de proiecție şi să se desfăşoare poliedrul rezultat;înălțimea piramidei ***/VN/=55mm*** (tabelul 5.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.12); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.12).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,Px*** şi ***M (***tabelul 5.1).

A(60,30,0); ***B(40,10,0)***; ***Px(5,0,0)***; ***M(70,0,70)***;

[P]-plan de capăt

1.5. Se reprezintă proiecțiile piramidei ***[VABCD]*** în planele de proiecție.

1.6. Se reprezintă urmele planului de capăt ***[P].***

1.7. Se determină proiecțiile paralelogramului [1234] rezultat prin secționarea piramidei ***[VABCD]*** cu planul de capăt ***[P]*** ştiindu-se că orice secțiune cu un plan de capăt are proiecția verticală suprapusă pe urma verticală a acestuia ***(Pv);***

1.8. Fiind determinată proiecția verticală a patrulaterului de secțiune ***[1′2′3′4′]*** Se determină şi celelalte două proiecții :laterală ***[1″2″3″4″]*** şi orizontală ***[1234]*** ducând liniile de ordine corespunzătoare fiecătui punct.

1.9. Muchiile fiind în poziții particulare față de planele de proiecție se vor proiecta în adevărata lor mărime pe planele de proiecție cu care sunt paralele;astfel muchiile ***/AV/***şi ***/CV/*** care sunt drepte frontale se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul vertical de proiecție (***/AV/=/a′v′/*** şi ***/CV/=/c′v′/***) iar muchiile ***/BV/*** şi ***/DV/*** care sunt drepte de profil se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul lateral de proiecție (***/BV/=/b″v″/*** şi ***/DV/=/d″v″/***)(fig.5.12).

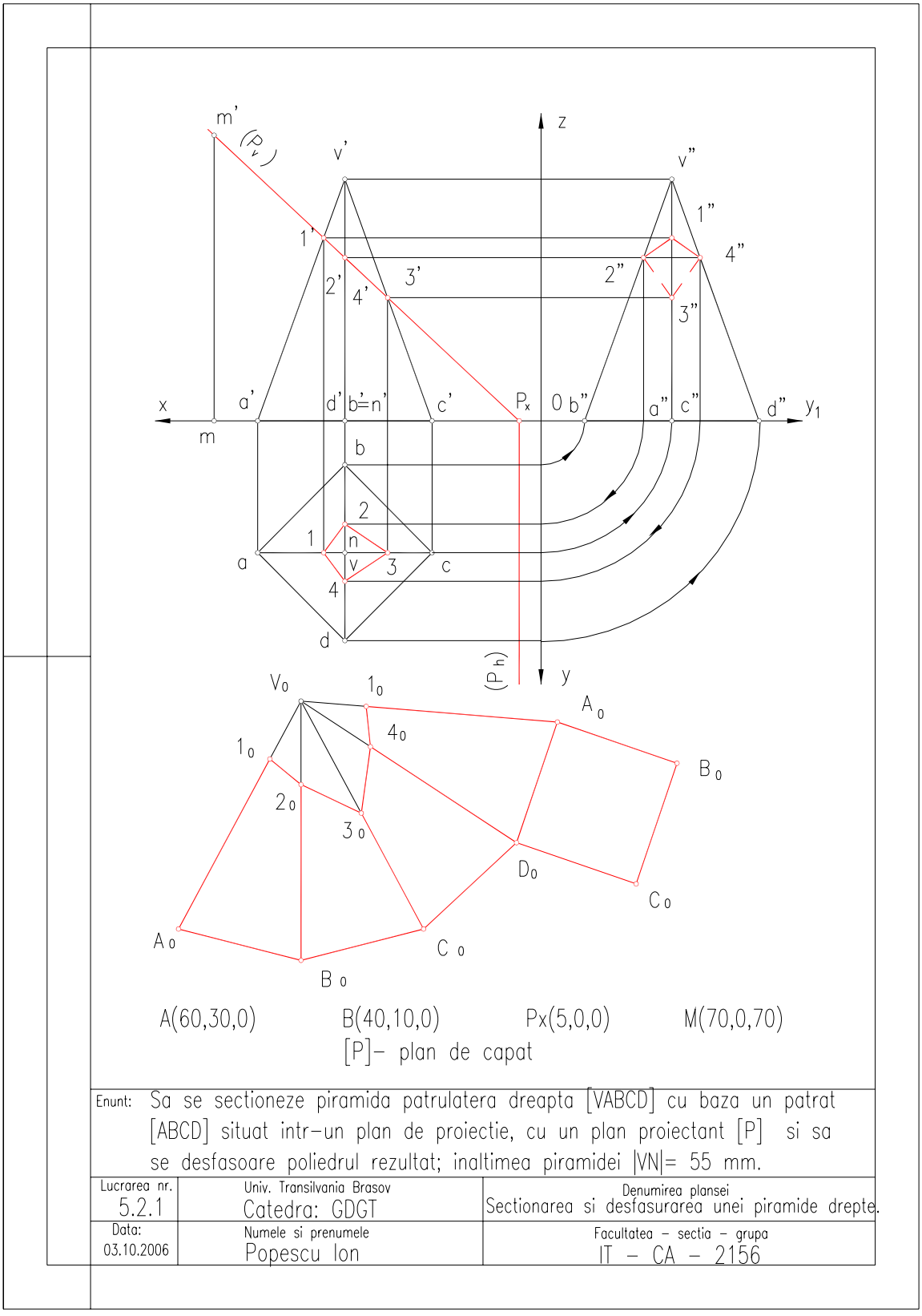
1.10. Pentru desfăşurarea poliedrului rezultat prin secționare se alege în un punct Vo şi pornind de la acesta se desfăşoară întâi piramida ***[VABCD]*** ale cărei muchii se cunosc în adevărata lor mărime(***/AV/=/a′v′/*** ; ***/CV/=/c′v′/*** ; ***/BV/=/b″v″/*** ; ***/DV/=/d″v″/***; ***[ABCD]=[abcd]***) iar pe acestea se măsoară segmentele ***/V1/=/ v′1′/***, ***/V2/=/ v″2″/***, ***/V3/=/ v′3′/***, ***/V4/=/ v″4″/***.

1.11.Se trasează cu linie groasă conturul trunchiului de piramidă rezultat ***[ABCD1234]***.

1.12. Se completază indicatorul conform modelului (fig.5.12).

Tabelul 5.1

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	60	55	50	45	40	80	75	70	65	60
	y	0	0	0	0	0	40	40	40	40	40
	z	20	20	20	20	20	0	0	0	0	0
B	x	80	75	70	65	60	60	55	50	45	40
	y	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20
	z	40	40	40	40	40	0	0	0	0	0
M	x	90	85	80	75	70	90	85	80	75	70
	y	70	70	70	70	70	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	70	70	70	70	70
[P]	x_{Px}=10	[P]-plan vertical					[P]-plan de capăt				
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	60	55	50	45	40	80	75	70	65	60
	y	10	10	10	10	10	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	30	30	30	30	30
B	x	80	75	70	65	60	60	55	50	45	40
	y	30	30	30	30	30	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	10	10	10	10	10
M	x	90	85	80	75	70	90	85	80	75	70
	y	0	0	0	0	0	70	70	70	70	70
	z	70	70	70	70	70	0	0	0	0	0
[P]	x_{Px}=0	[P]-plan de capăt					[P]-plan vertical				
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	60	55	50	45	40	80	75	70	65	***60***
	y	0	0	0	0	0	30	30	30	30	***30***
	z	10	10	10	10	10	0	0	0	0	***0***
B	x	80	75	70	65	60	60	55	50	45	***40***
	y	0	0	0	0	0	10	10	10	10	***10***
	z	30	30	30	30	30	0	0	0	0	***0***
M	x	90	85	80	75	70	90	85	80	75	***70***
	y	70	70	70	70	70	0	0	0	0	***0***
	z	0	0	0	0	0	70	70	70	70	***70***
[P]	x_{Px}=5	[P]-plan vertical					***[P]-plan de capăt***				



Enunt: Sa se sectioneze piramida patrulatera dreapta [VABCD] cu baza un patrat [ABCD] situat intr-un plan de proiectie, cu un plan proiectant [P] si sa se desfasoare poliedrul rezultat; inaltimea piramidei |VN|= 55 mm.		
Lucrarea nr. 5.2.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei piramide drepte.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.5.12

5.2.2. Construirea unei piramide cu baza într-un plan ***[P].***

Enunț:

Să se construiască piramida dreaptă ***[SABC]*** cu baza un triunghi echilateral Δ***[ABC]*** situat într-un plan ***[P](Px,T,R)*** ; înălțimea piramidei /***SΩ*** / ***=30mm*** şi latura / ***AB*** / =30 mm(tabelul 5.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.13); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.13).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Px,T,R*** şi ***A (***tabelul 5.2).

Px(120,0,0); T(0,80, 0); R(0,0,60); A(70,20,z_A)

Rabaterea planului ***[P]*** se va efectua în planul ***[V]***.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***Px;T*** şi ***R*** conform modelului (fig 5.13).

1.6. Se reprezintă urmele planului ***[P],(Pv)*** şi ***(Ph)*** definit de punctele ***Px; T*** şi ***R*** .

1.7. Punctul ***A*** din plan se construieşte cunoscându-se teorema potrivit căreia un punct aparține unui plan dacă aparține unei drepte din plan.

De aceea cunoscându-se abscisa şi depărtarea punctului ***A*** se va construi o dreaptă în plan care să conțină proiecția orizontală ***a***.

Cel mai simplu este să se construiască o frontală a planului ***[P]*** care trece prin punctul ***A.***

1.8. Proiecția orizontală a frontalei ***(f)*** este paralelă cu ***(Ox),***conține ***a*** şi intersectează ***(Ph)*** în ***h,*** proiecția verticală a frontalei ***(f′)*** va trece prin ***h′*** şi va fi paralelă cu ***(Pv);*** pe ea se determină cu linie de ordine a proiecția verticală a punctului ***A, a′.***

1.9. Pentru a construi baza ***[ABC]*** a triunghiului echilateral Δ***[ABC]*** situat în planul ***[P]*** se rabate acest plan în planul ***[V]*** având ca axă de rabatere ***(Pv)***(vezi lucrarea 4.23); pe frontala rabătută se construieşte latura ***/AoBo/=30 mm***.

1.10.În planul rabătut se construieşte triunghiul echilateral Δ***[AoBoCo]*** a cărui vârf ***Co*** se va afla pe o altă frontală a planului ***(Fo_1)***.

1.11.Se ridică în plan frontala ***(F_1)*** astfel: prin ***Ho_1*** se trasează un arc de cerc cu centrul în ***Px*** şi raza ***/Px Ho_1/*** până intersectează ***(Ph)*** în ***h_1,*** apoi se trasează proiecțiile frontalei ***(F_1)*** în planul ***[P]*** la fel ca şi la frontala ***(F).***

1.12.Proiecțiile verticale ***a′, b′, c′,*** se vor afla pe proiecțiile verticale ale frontalelor corespunzătoare ***(f′)*** şi ***(f_1′)***; cu linii de ordine se obțin şi proiecțiile lor orizontale ***a, b, c.***

1.13. Înălțimea piramdei se afla pe perpendiculara ***(ΩM)*** ridicată din ***Ω*** pe planul ***[P], (ω′m′)⊥ (Pv)*** şi ***(ω m)⊥(Ph)***; pentru a măsura un segment de mărime dată se va transforma dreapta ***(ΩM)*** într-o dreaptă frontală printr-o rotație de nivel având ca axă o dreaptă verticală ce trece prin ***Ω***.

Pe proiecția verticală a dreaptei rotite ***(ω′m₁′)*** se va măsura segmentul ***/ω′s₁′/=30 mm*** ; prin proiecția verticală rotită a punctului ***s₁′*** se va aduce o paralelă la ***(Ox)*** până la intersecția cu perpendiculara ***(ω′m′)*** pentru a determina proiecția verticală nerotită ***s′*** a punctului ***S***.

Proiecția orizontală ***s*** punctului ***S*** se determină cu linie de ordine dusă din ***s′*** pe ***(ω m)*.**

1.14. Cunoscându-se baza ***Δ[ABC]*** şi înălțimea ***/ΩS /*** se construieşte piramida dreaptă ***[SABC].***

1.15. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.13).

Tabelul 5.2

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	x	95	90	85	80	100	95	90	85	80	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	55	50	60	60	55	65	50	70
R	x	95	90	85	80	100	95	90	85	80	100
	y	60	55	65	50	70	55	50	55	50	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	50	55	60	55	65	50	55	60	55	65
	y	20	15	20	15	20	20	15	20	15	20
	z	z_A									
[P]	x_{Px}=10	Rabaterea planului [P] se va efectua în planul [V]									

Tabelul 5.2continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T	x	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	y	60	55	65	50	70	55	50	55	50	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	x	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	55	50	60	60	55	65	50	70
A	x	50	55	60	55	65	50	55	60	55	65
	y	y_A									
	z	20	15	20	15	20	20	15	20	15	20
[P]	x_{Px}=110	Rabaterea planului [P] se va efectua în planul [H]									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	60	55	65	50	70	55	50	55	50	***80***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
R	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	55	50	55	50	60	60	55	65	50	***60***
A	x	50	55	60	55	65	50	55	60	55	***70***
	y	20	15	20	15	20	20	15	20	15	20
	z	z_A									
[P]	x_{Px}=120	***Rabaterea planului [P] se va efectua în planul [V]***									

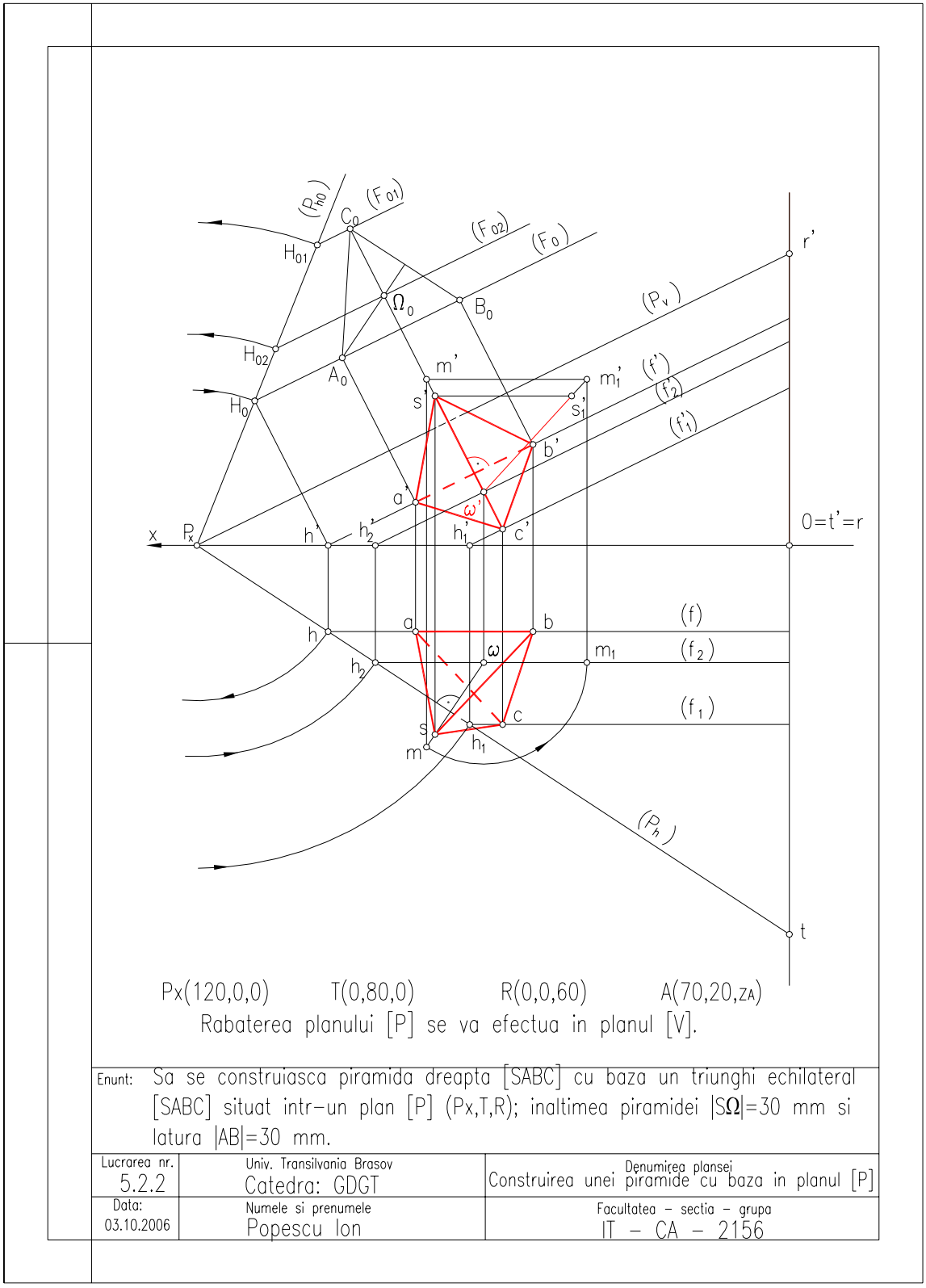

(Ph0)
(F01)
C0
H01
(F02)
(F0)
r'
Ω0
B0
(Pv)
H02
A0
m'
m1'
(f')
(f2')
H0
s'
s1'
(f1')
b'
a'
ω'
x
Px
h'
h2'
h1'
c'
0=t'=r
(f)
a
b
h
ω
m1
(f2)
h2
(f1)
c
s
h1
m
(Ph)
t
Px(120,0,0) T(0,80,0) R(0,0,60) A(70,20,zA)
Rabaterea planului [P] se va efectua in planul [V].
Enunt: Sa se construiasca piramida dreapta [SABC] cu baza un triunghi echilateral [SABC] situat intr-un plan [P] (Px,T,R); inaltimea piramidei |SΩ|=30 mm si latura |AB|=30 mm.
Lucrarea nr. 5.2.2
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea planşei
Construirea unei piramide cu baza in planul [P]
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea - sectia - grupa
IT - CA - 2156

Fig.5.13

5.3.TEME

5.3.1. Secționarea şi desfăşurarea unei piramide oblice

Enunț:

Să se secționeze piramida oblică ***[SABC]*** cu baza ***[ABC]*** într-un plan de proiecție ,cu un plan proiectant [P] şi să se desfăşoare trunchiul de piramidă rezultat (tabelul 5.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.14); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.14).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,C,S,M*** şi ***Px*** ***(***tabelul 5.3).

A(70,30,0) ; B(40,40,0) ; C(55,10,0) ; S(5,25,40) ; M(60,0,30) ; Px(15,0,0)

[ABC]∈[H]; [P] -un plan de capăt

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A, B, C, S, M*** şi ***Px*** conform modelului (fig.5.10).

1.6. Se reprezintă proiecțiile piramidei oblice ***[SABC]*** .

1.7. Se reprezintă urmele planului de capăt ***[P], (Pv)*** şi ***(Ph)*** definit de punctele ***Px*** şi ***M.***

1.8. Se determină rezultat prin secționarea piramidei oblice ***[SABC]*** cu planul de capăt ***[P]***; proiecția verticală a secțiunii ***[1′2′3′]*** se află pe urma verticală ***(Pv)*** a planului de capăt ***[P]*** iar proiecția sa orizontală ***[123]*** se determină cu linii de ordine duse pe proiecțiile orizontale corespunzătoare ale muchiilor piramidei

1.9. Pentru determinarea adevăratei mărimi a secțiunii ***[123]*** se rabate planul de capăt ***[P]*** în planul orizontal de proiecție ***[H]*** având ca axă de rabatere ***(Ph).***

1.10.Pentru a desfăşura piramida oblică ***[SABC]*** trebuie determinate **şi** adevăratele mărimi ale muchiilor sale care nu sunt în planul ***[H]*** (***/SA/;/SB/*** şi ***/SC/***) ceea ce se realizează printr-o rotație de nivel având ca axă o verticală ce trece prin vârful ***S*** al piramidei .

1.11.Printr-o astfel de rotație muchiile ***/SA/;/SB/*** şi ***/SC/*** se vor transforma în drepte frontale a căror proiecții verticale se vor proiecta în adevărata lor mărime:

/SA/=(s′a′); /SB/=(s′b′); /SC/=(s′c′).

1.12. Desfăşurarea piramidei oblice ***[SABC]*** se realizează alegând un sens de desfăşurare (aici de la ***A*** la ***C*** ş.a.m.d) şi un vârf ***So*** (poate să coincidă cu ***s′*** sau poate ca în exemplul ales să fie separat).

1.13. Se efectuează desfăşurarea utilizând adevăratele mărimi ale muchiilor.

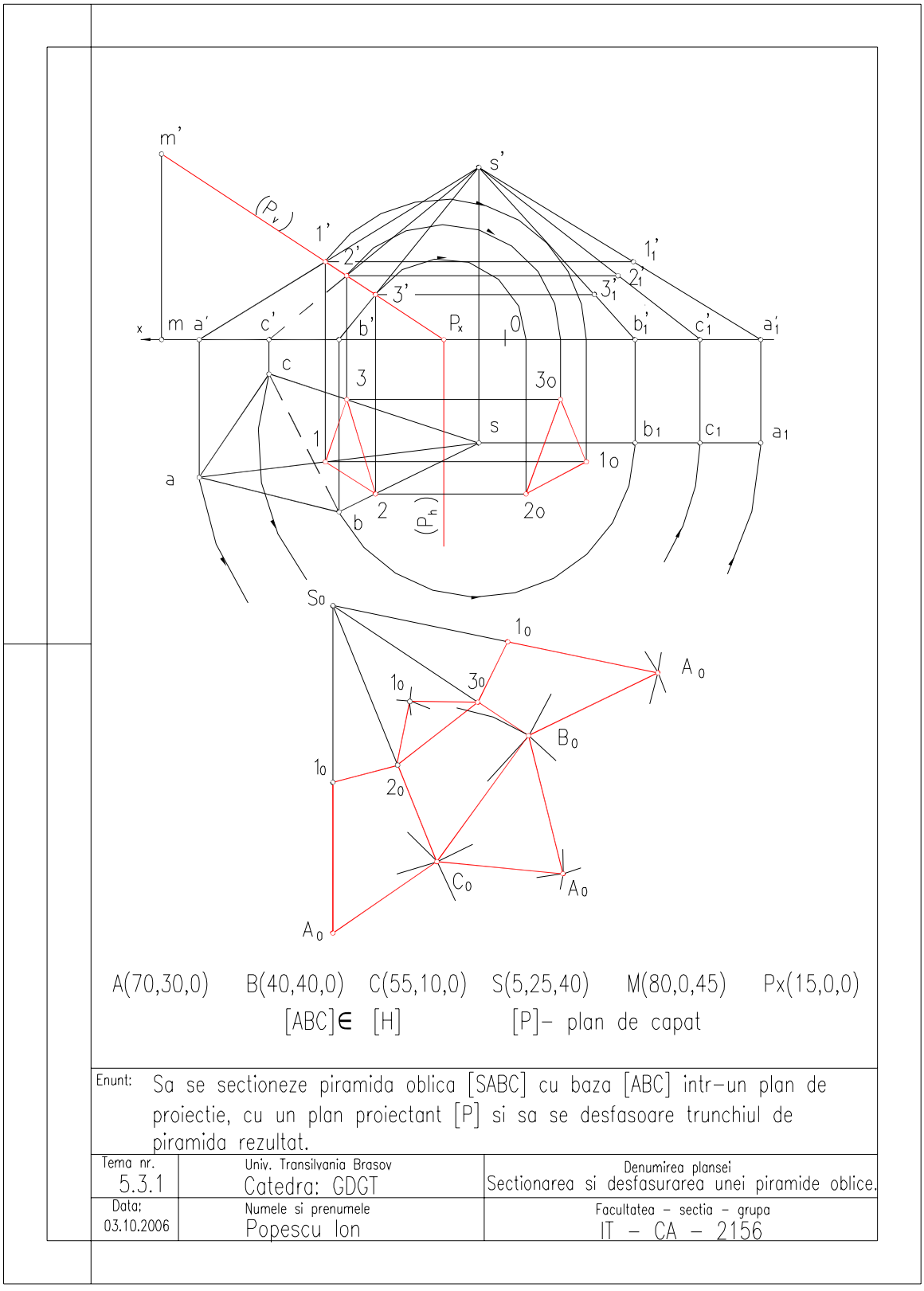
1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.14).

Tabelul 5.3

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	30	50	55	40	40	65	65	70	60	55
	y	40	40	40	45	55	25	15	15	20	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	40	30	35	30	50	40	30	35	30	40
	y	5	10	10	5	10	5	10	10	5	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	x	15	5	10	10	15	15	5	10	10	5
	y	25	20	20	25	25	25	20	20	25	25
	z	40	50	50	50	50	40	50	50	50	40
M	x	75	80	85	70	80	75	80	85	70	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	50	40	50	40	45	50	40	30
[P]	x_{Px}	5	5	0	5	0	5	5	0	5	15
ABC∈		[H]									
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	40	30	35	30	50	40	30	35	30	40
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	5	10	10	5	10	5	10	10	5	40
B	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
C	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
S	x	15	5	10	10	15	15	5	10	10	5
	y	40	50	50	50	50	40	50	50	50	40
	z	25	20	20	25	25	25	20	20	25	25
M	x	75	80	85	70	80	75	80	85	70	80
	y	40	45	50	40	50	40	45	50	40	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P]	x_{Px}	5	5	0	5	0	5	5	0	5	15
ABC∈		[V]									

Tabelul 5.3
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	***70***
	y	25	15	15	20	20	40	40	40	45	***30***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
B	x	40	30	35	30	50	40	30	35	30	***40***
	y	5	10	10	5	10	5	10	10	5	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
C	x	30	50	55	40	40	65	65	70	60	***55***
	y	40	40	40	45	55	25	15	15	20	***10***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
S	x	15	5	10	10	15	15	5	10	10	***5***
	y	25	20	20	25	25	25	20	20	25	***25***
	z	40	50	50	50	50	40	50	50	50	***40***
M	x	75	80	85	70	80	75	80	85	70	***80***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	40	45	50	40	50	40	45	50	40	***45***
[P]	x_{Px}	5	5	0	5	0	5	5	0	5	***15***
ABC∈		***[H]***									



A(70,30,0) B(40,40,0) C(55,10,0) S(5,25,40) M(80,0,45) Px(15,0,0)

[ABC]∈ [H] [P]- plan de capat

Enunt: Sa se sectioneze piramida oblica [SABC] cu baza [ABC] intr-un plan de proiectie, cu un plan proiectant [P] si sa se desfasoare trunchiul de piramida rezultat.		
Tema nr. 5.3.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei piramide oblice.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.5.14

5.3.2 . Desfăşurarea unui trunchi de piramida dreaptă.

Enunț:

Să se desfăşoare trunchiul de piramidă dreaptă rezultat prin secționarea piramidei ***[SABC]*** cu baza un triunghi echilateral ***[ABC]*** situat într-un plan proiectant ***[P](Px, A)*** ,cu un plan ***[R](Rx) //[P]*** ;centrul cercului circumscris Δ***[ABC]*** este ***G*** şi înălțimea piramidei /***SG***/=***55mm***(tabelul 5.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 5.15); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.15).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A, Px,G*** şi ***Rx (***tabelul 5.4).

A(95,45,40); Px(60,0,0); G(80,30,z_G); Rx(35,0,0).

Planul ***[P]*** –plan de capăt

1.5. Se reprezintă epurele punctelor ***A, Px, G*** şi ***Rx*** conform modelului (fig.5.15).

1.6. Se reprezintă urmele planului de capăt ***[P]***

1.7. Se rabate planul de capăt ***[P]*** în planul ***[H]*** împreună cu punctele ***A*** şi ***G.***

1.8. În planul de capăt rabătut în planul ***[H]*** se construieşte cercul cu raza /A_o G_o / în care se înscrie triunghiul echilateral ***[A_o B_o C_o].***

1.9. Prin ridicarea rabaterii se aduce triunghiul echilateral ***[ABC]*** în planul de capăt ***[P].***

1.10. Se construieşte piramida dreaptă ***[SABC]*** ştiind că înălțimea sa este o perpendiculară pe planul de capăt,deci o dreaptă frontală care se proiectează în adevărata sa mărime în planul ***[V]*** (/***s′ g ′***/ este perpendicular pe ***(Pv)*** şi reprezintă adevărata mărime a înălțimii piramidei).

1.11. Se reprezintă urmele planului [R] paralel cu planul [P].

1.12. Se determină proiecțiile triunghiului rezultat prin secționarea piramidei drepte ***[SABC]*** cu planul ***[R]*** ştiind că proiecția sa verticală ***[1′ 2′ 3 ′]*** se află pe urma verticală ***(Rv)*** a planului ***[R]*** // ***[P].***

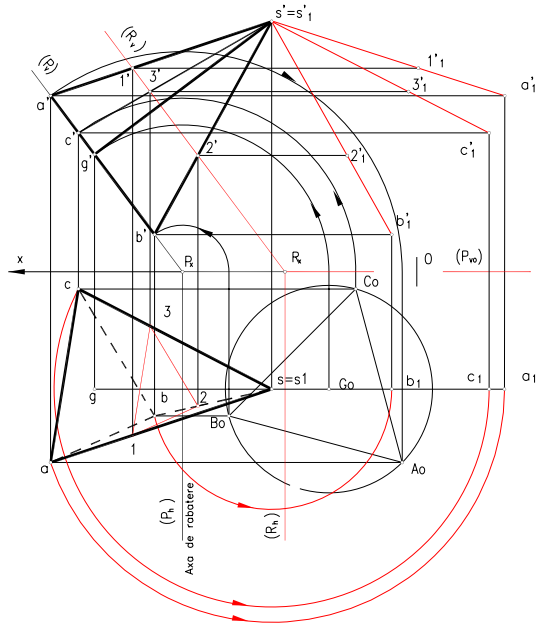
1.13. Pentru a desfăşura trunchiul de piramidă rezultat ***[ABC1 2 3]*** trebuie determinate adevăratele mărimi ale muchiilor /***SA***/, /***SB***/ şi /***SC***/,ceea ce se realizează prin rotațiile de nivel ale acestora în jurul unei axe verticale trecând prin vârful ***S*** al piramidei,până ajung în poziția de drepte frontale;odată cu muchiile respective se rotesc şi punctele ***1′, 2′, 3 ′***ajungând în ***1_1′ 2_1′ 3_1 ′.***

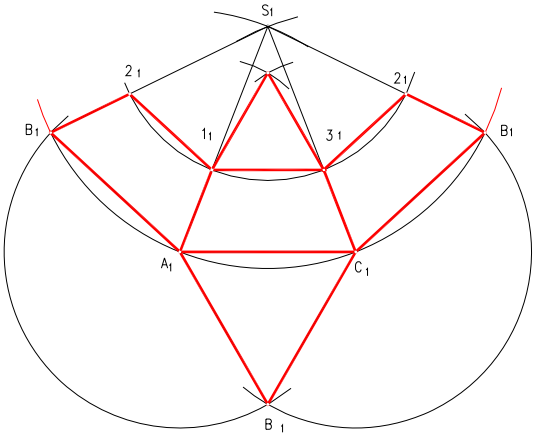
1.14. Având toate muchiile în adevărata lor mărime se desfăşoară trunchiul de piramidă şi se reprezintă pe desfăşurată şi conturul secțiunii (fig.5.15)

1.11.Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.15).

Tabelul 5.4

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	100	95	90	85	80	0	5	10	15	20
	y	50	40	45	40	45	40	35	40	50	45
	z	50	45	40	50	55	50	40	45	40	45
G	x	85	80	75	70	75	25	30	35	30	35
	y	35	40	30	35	30	30	35	30	35	25
	z	z_G									
[P]	x_{Px}=65	[P] plan de capăt									
[R]	x_{Rx}=40	[R] plan de capăt									
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	0	5	10	15	20	100	95	90	85	80
	y	40	35	40	50	45	50	40	45	40	45
	z	50	40	45	40	45	50	45	40	50	55
G	x	25	30	35	30	35	85	80	75	70	75
	y	y_G									
	z	30	35	30	35	25	35	40	30	35	30
[P]	x_{Px}=60	[P] plan vertical									
[R]	x_{Rx}=35	[R] plan vertical									
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	0	5	10	15	100	95	90	85	80	***95***
	y	40	35	40	50	50	40	45	40	45	***45***
	z	50	40	45	40	50	45	40	50	55	***40***
G	x	25	30	35	30	85	80	75	70	75	***80***
	y	30	35	30	35	35	40	30	35	30	***30***
	z	z_G									
[P]	***x_{Px}=60***	***[P] plan de capăt***									
[R]	***x_{Rx}=35***	***[R] plan de capăt***									





A(95,45,40) Px(60,0,0) G(80,30,zG) Rx(35,0,0)

[P]- plan de capat

Enunt: Sa se desfasoare trunchiul de piramida dreapta rezultat prin sectionarea piramidei [SABC] cu baza un triunghi echilateral [ABC] situat intr-un plan proiectant [P] (Px, A), cu un plan [R](Rx)//[P]; centrul cercului circumscris triunghiului [ABc] este G si inaltimea piramidei ||SG||= 55 mm.

Tema nr. 5.3.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Desfasurarea unui trunchi de piramida dreapta.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.5.15

5.3.3. Secţionarea şi desfăşurarea unei prisme oblice

Enunţ:

Să se secţioneze prisma oblică ***[ABCA$_1$B$_1$C$_1$]*** cu baza ***Δ[ABC]*** într-un plan de proiecţie ,cu un plan proiectant ***[P](Px,)*** perpendicular pe muchiile prismei şi să se desfăşoare trunchiul de prismă rezultat (tabelul 5.5).

Indicaţii:

1.1 Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.16); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2 Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.16).

1.3 Se completează enunţul problemei.

1.4 Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,C,A$_1$,*** şi ***Px (***tabelul 5.5).

A(80,25,0)*; *B(65,40,0); ***C(50,10,0)***; ***A$_1$(45,25,50)***; ***Px(15,0,0)***

[P]-plan de capăt

1.5 Se reprezintă proiecţiile prismei ***[ABCA$_1$B$_1$C$_1$]*** în planele de proiecţie.

1.6 Se reprezintă urmele ***(Ph)*** şi ***(Pv)*** ale planului de capăt ***[P].***

1.7 Se determină proiecţiile triunghiului ***[123]*** rezultat prin secţionarea prismei ***[ABCA$_1$B$_1$C$_1$]*** cu planul de capăt ***[P]*** ştiindu-se că orice secţiune cu un plan de capăt are proiecţia verticală suprapusă pe urma verticală a acestuia ***(Pv);***

1.8 Fiind determinată proiecţia verticală a triunghiului de secţiune ***[1′2′3′]*** se determină şi proiecţia orizontală ***[123]*** ducând liniile de ordine corespunzătoare fiecărui punct.

1.9 Muchiile prismei fiind drepte frontale se vor proiecta în adevărata lor mărime pe planul de proiecţie vertical ***[V]*** cu care sunt paralele;astfel muchiile /***AA$_1$***/, / ***BB$_1$***/ şi /***CC$_1$***/ se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul vertical de proiecţie (/***AA$_1$***/=/***a′a$_1$′***/ ; /***BB$_1$***/=/***b′b$_1$′***/ ;/***CC$_1$***/=/***c′c$_1$′***/) (fig.5.16).

1.10 Adevărata mărime a triunghiului de secţiune se determină prin rabaterea planului de capăt ***[P]*** în planul ***[H].***

1.11 Pentru desfăşurarea prismei rezultată prin secţionare se alege un sens de desfăşurare (de la ***A*** la ***B*** ,***C*** şi ***A***) aşezându-se adevăratele mărimi ale laturilor triunghiului de secţiune ***[1o2o3o]*** perpendicular fie pe o dreaptă oarecare fie pe prelungirea urmei verticale ***(Pv)*** a planului de capăt.

Pe aceste perpendiculare se vor măsura adevăratele mărimi ale muchiilor /***a′1′***/, /***b′2′***/, /***c′3′***/.(fig.5.16) şi se vor ataşa bazele ***[1o2o3o]*** şi ***[AoBoCo].***

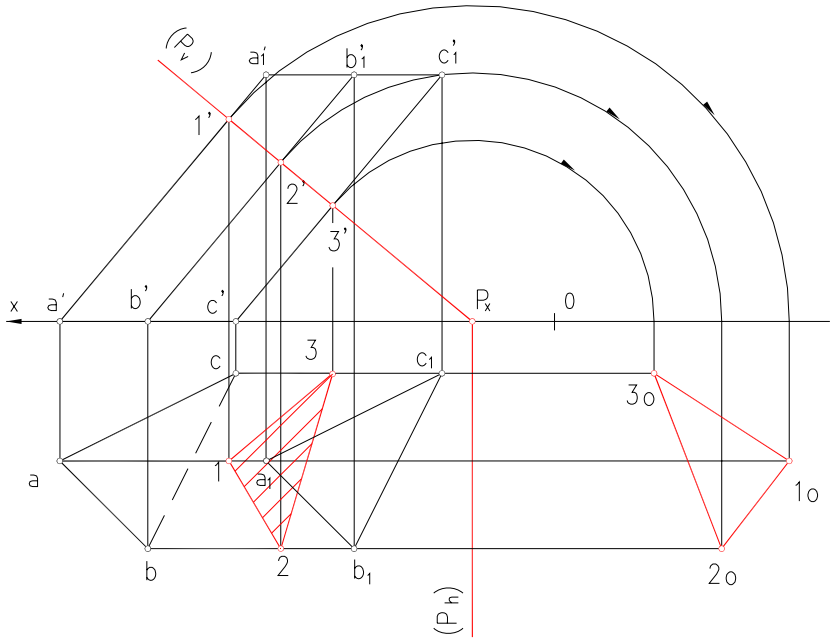
1.12. Se completază indicatorul conform modelului (fig.5.16).

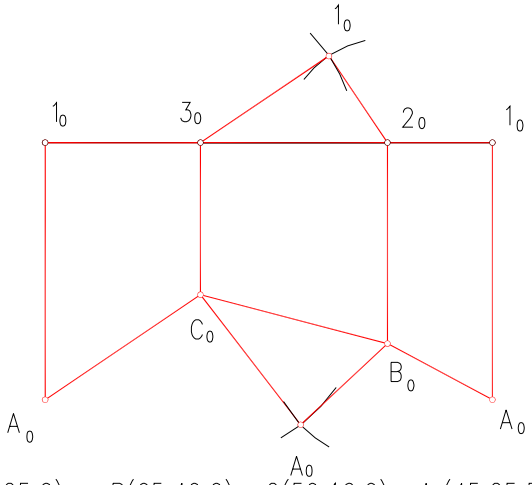
Tabelul 5.5

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	55	45	45	50	80	90	85	80	75	70
	y	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	85	80	75	70	65	70	70	55	55	60
	y	30	35	25	20	40	10	45	15	10	5
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	70	55	55	60	50	60	55	45	45	50
	y	45	15	10	5	10	40	10	50	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1	x	25	20	15	10	45	45	40	30	25	20
	y	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
	z	45	50	45	50	50	50	45	50	45	50
[P]	X_{Px}=10	Planul [P] –plan de capăt									
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	55	45	45	50	80	90	85	80	75	70
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
B	x	85	80	75	70	65	70	70	55	55	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	30	35	25	20	40	10	45	15	10	5
C	x	70	55	55	60	50	60	55	45	45	50
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	15	10	5	10	40	10	50	40	35
A1	x	25	20	15	10	45	45	40	30	25	20
	y	45	50	45	50	50	50	45	50	45	50
	z	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
[P]	X_{Px}=15	Planul [P] –plan vertical									

Tabelul 5.5
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	90	85	80	75	70	55	45	45	50	***80***
	y	20	30	35	25	20	10	50	40	35	***25***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	70	70	55	55	60	85	80	75	70	***65***
	y	10	45	15	10	5	30	35	25	20	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	60	55	45	45	50	70	55	55	60	***50***
	y	40	10	50	40	35	45	15	10	5	***10***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1	x	45	40	30	25	20	25	20	15	10	***45***
	y	20	30	35	25	20	10	50	40	35	***25***
	z	50	45	50	45	50	45	50	45	50	***50***
[P]	X_{Px}=***15***	***Planul [P] –plan de capăt***									





A(80,25,0) B(65,40,0) C(50,10,0) A1(45,25,50) Px(15,0,0)

[P]– plan de capat

Enunt: Sa se sectioneze prisma oblica [ABCA1B1C1] cu baza triunghiul [ABC] intr–un plan de proiectie, cu un plan proiectant [P](Px) perpendicular pe muchiile prismei si sa se desfasoare trunchiul de prisma rezultat.

Tema nr. 5.3.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei prisme oblice.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.5.16

5.3.4. Secţionarea şi desfăşurarea unei prisme drepte

Enunţ:

Să se desfăşoare trunchiul de prismă rezultat prin secţionarea prismei drepte ***[ABCA$_1$B$_1$C$_1$]*** cu baza un triunghi echilateral ***[ABC]*** situat într-un plan proiectant ***[P](Px, A)***,cu un plan ***[R]*** dat;înălţimea prismei /***AA$_1$/=60mm***(tabelul 5.6).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.17); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.17).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,*** şi ***Px (***tabelul 5.5).

A(50,25,60); ***B(90,y$_B$,20)***; ***Px(20,0,0)***; /***AA$_1$/=80mm***;

[P]-plan vertical; ***[R]-*** plan frontal situat la ***70mm*** de planul***[V]***

1.5. ..Se reprezintă epurele punctelor ***A***, ***B***, şi urmele ***(Ph)*** şi ***(Pv)*** ale planului vertical ***[P]*** .

1.6. Se rabate planul vertical ***[P]*** în planul vertical de proiecţie ***[V]*** şi se construieşte triunghiul echilateral ***[ABC].***

1.7. Se ridică triunghiul echilateral ***[ABC]*** în planul vertical ***[P].***

1.8. Se construieşte prisma dreaptă ***[ABCA$_1$B$_1$C$_1$],***ştiind că muchiile sale /***AA$_1$***/, /***BB$_1$***/, /***CC$_1$***/, sunt perpendiculare pe planul vertical şi deci nişte drepte orizontale ;proiecţiile orizontale ale acestor muchii vor fi în adevărata lor mărime.

1.9. Se construieşte urma orizontală ***(Rh)*** a planului frontal ***[R]*** la depărtare de 80mm.

1.10. Se determină proiecţia orizontală ***[123]*** a triunghiului rezultat din secţionarea prismei drepte ***[ABCA$_1$B$_1$C$_1$]*** cu planul frontal ***[R],*** proiecţie care este situată pe urma orizontală ***(Rh).***

1.11. Se determină proiecţia verticală ***[1′2′3′]*** a triunghiului de secţiune.

1.12. Muchiile prismei fiind drepte orizontale sunt proiectate în adevărata lor mărime pe planul de proiecţie orizontal ***[H]*** cu care sunt paralele;astfel muchiile /***AA$_1$***/, / ***BB$_1$***/ şi /***CC$_1$***/ se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul orizontal de proiecţie (/***AA$_1$***/=/***aa$_1$***/ ; /***BB$_1$***/=/***b b$_1$***/ ;/***CC$_1$***/=/***cc$_1$***/) (fig.5.17).

1.13. Pentru desfăşurarea trunchiul de prismă rezultat prin secţionare se alege un sens de desfăşurare (de la ***Bo*** la ***Ao*** ,***Co*** şi ***Ao***) aşezându-se adevăratele mărimi ale triunghiului de bază ***[AoBoCo]***pe o linie dreaptă şi perpendicular pe ea se trasează adevătatele mărimi ale muchiilor /***Bo2o***/=/**b*2***/ ; /***Ao1o***/=/**a*2***/ ; /***Co3o***/=/**c*2***/ ; /***Bo2o***/=/**b*2***/ .

1.14. Se vor ataşa bazele ***[1o2o3o]*** şi ***[AoBoCo].***

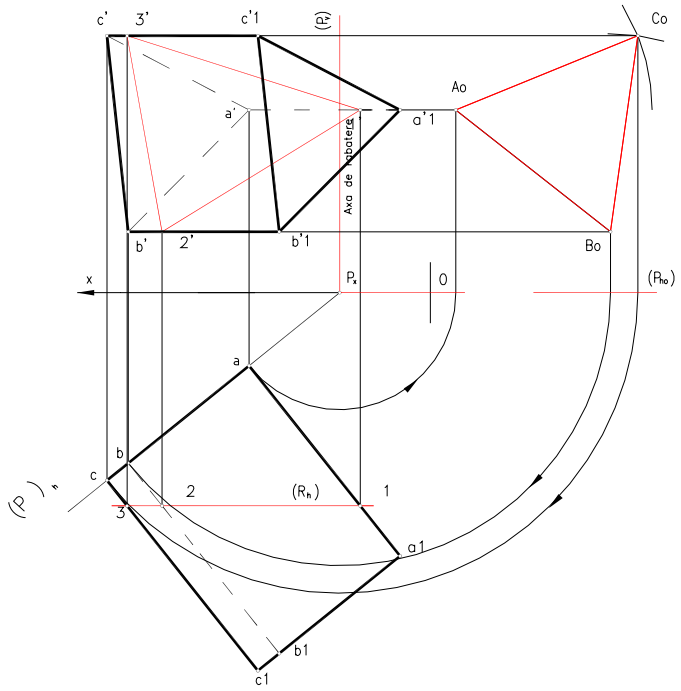
1.15. Se completază indicatorul conform modelului (fig.5.17).

Tabelul 5.6

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	65	60	70	75	50	35	40	30	25	30
	y	10	15	20	10	25	10	15	20	10	15
	z	30	30	20	25	60	30	30	20	25	20
B	x	35	30	40	45	90	65	70	60	55	60
	y	y_B									
	z	15	10	10	5	20	15	10	10	5	15
[P]	plan vertical	$x_{Px}=80$					$x_{Px}=20$				
[R]	$y_{Rh}=70$	Planul [R] –plan frontal									

Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	65	60	70	75	50	35	40	30	25	30
	y	30	30	20	25	60	30	30	20	25	20
	z	10	15	20	10	25	10	15	20	10	15
B	x	35	30	40	45	90	65	70	60	55	60
	y	15	10	10	5	20	15	10	10	5	15
	z	z_B									
[P]	plan de capăt	$x_{Px}=80$					$x_{Px}=20$				
[R]	$z_{(Rv)}=70$	Planul [R] –plan de nivel									

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	35	40	30	25	30	65	60	70	75	***50***
	y	10	15	20	10	15	10	15	20	10	***25***
	z	30	30	20	25	20	30	30	20	25	***60***
B	x	65	70	60	55	60	35	30	40	45	***90***
	y	y_B									
	z	15	10	10	5	15	15	10	10	5	***20***
[P]	***plan vertical***	$x_{Px}=20$					$x_{Px}=80$				
[R]	$y_{Rh}=70$	***Planul [R] –plan frontal***									



A(50,25,60) B(90,y_B,20) Px(20,0,0) $|AA_1|$=80 mm

[P]- plan vertical [R]- plan frontal, y_{Rh}=70 mm

Enunt: Sa se desfasoare trunchiul de prisma rezultat prin sectionarea prismei drepte [$ABCA_1B_1C_1$] cu baza un triunghi echilateral [ABC] situat intr-un plan proiectant [P](Px,A), cu un plan [R] dat; inaltimea prismei $|AA_1|$=80 mm.

Tema nr. 5.3.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei prisme drepte.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 5.17

6.CONUL ŞI CILINDRUL

6.1.GENERALITĂȚI

Conul este corpul geometric mărginit de o suprafață conică şi un plan; suprafața conică este generată prin rotația unei drepte mobile, numită ***generatoare*****,** concurentă cu axa de rotație într-un punct fix ***S*** numit ***vârf*** şi care se sprijină pe o curbă fixă *(Γ)*, numită ***curbă directoare***(fig.6.1).

În funcție de curba directoare deosebim: con circular, eliptic, parabolic etc; frecvent utilizat este conul circular drept (fig.6.2) sau oblic (fig.6.3)

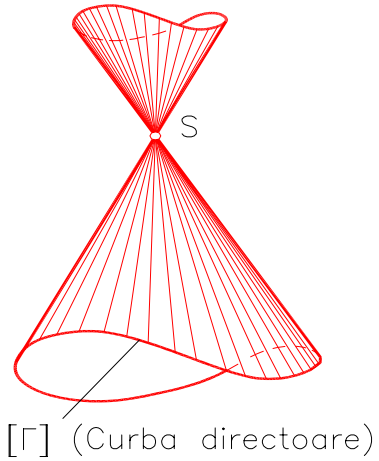


Fig. 6.1

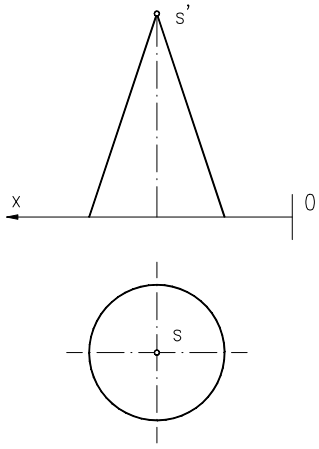


Fig. 6.2

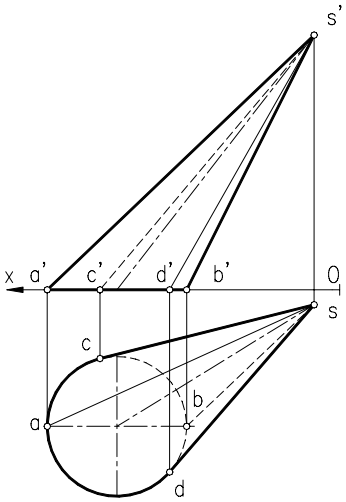


Fig. 6.3

Cilindrul este corpul geometric mărginit de o suprafață cilindrică şi un plan; suprafața cilindrică este generată prin rotația unei drepte mobile, numită ***generatoare***, paralelă cu axa de rotație şi care se sprijină pe o curbă fixă *(Γ)*, numită ***curbă directoare***(fig.6.4).

În funcție de curba directoare deosebim: cilindru circular, eliptic etc; frecvent utilizat este cilindrul circular drept (fig.6.5) sau oblic (fig.6.6).

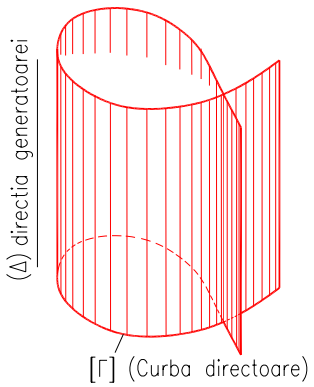


Fig.6.4

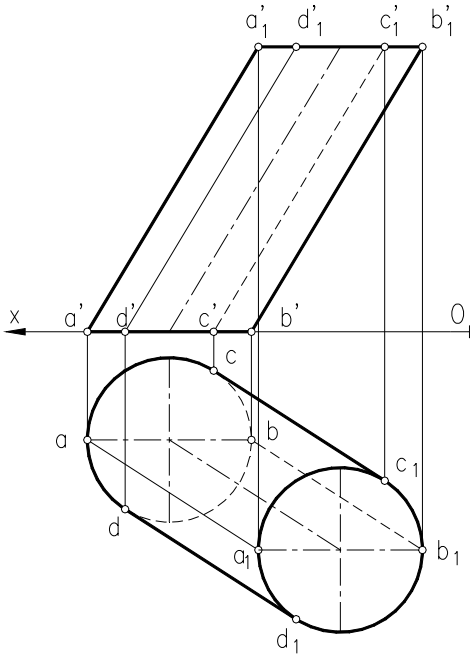


Fig.6.5

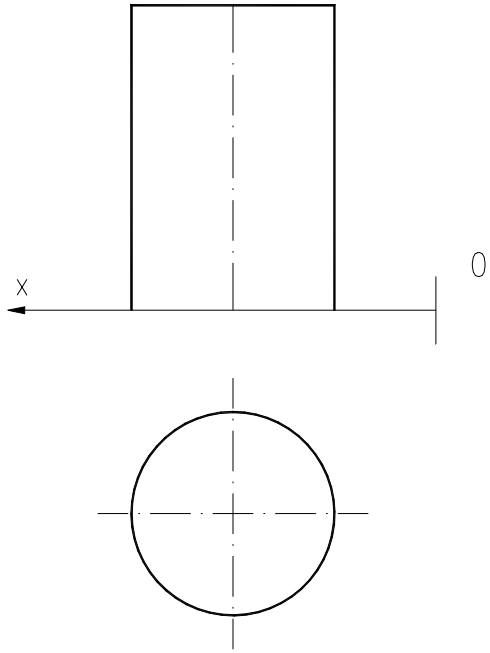


Fig.6.6

Conul şi cilindrul se reprezintă în epură prin conturul lor aparent pe planele de proiecție care coincide cu proiecțiile generatoarelor de contur (fig.6.1-6.4).

Un punct este situat pe suprafața unui con sau cilindru dacă proiecțiile sale aparțin unei generatoare a acestuia.

Planul tangent la con (fig.6.7) sau cilindru (fig.6.8) conține întotdeauna o generatoare a acestora.

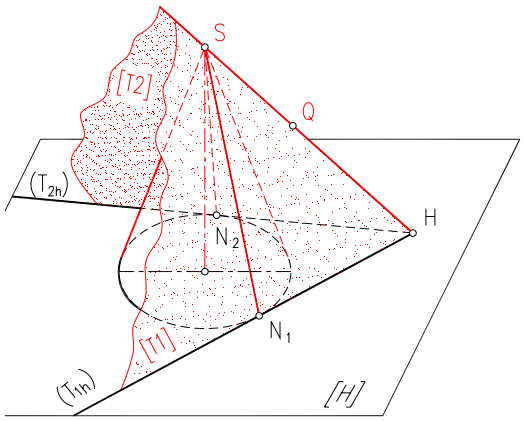


Fig.6.7

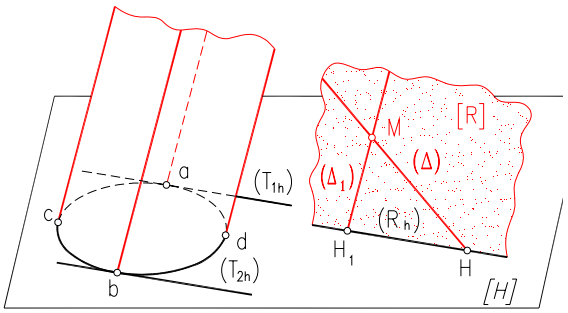
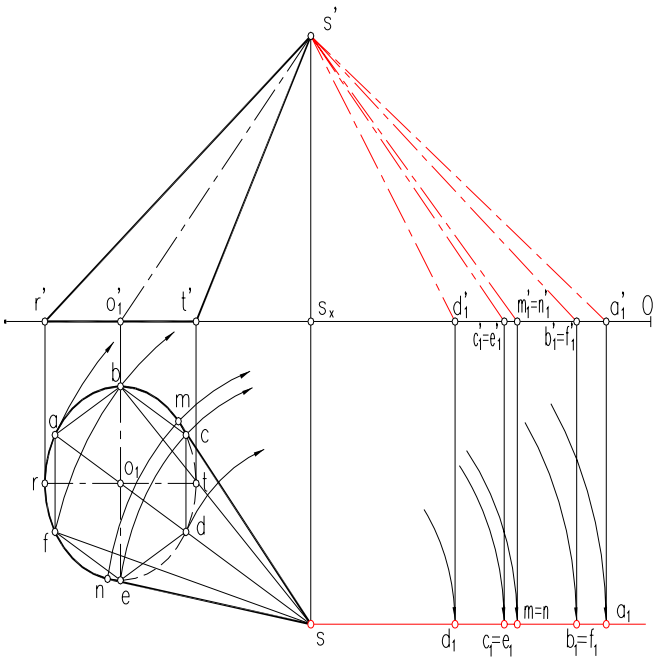


Fig.6.8

Secțiunile plane prin con şi cilindru se pot asimila secțiunilor prin piramidă şi prismă, care ar avea un număr infinit de muchii.

Desfăşurarea conului (fig.6.9)şi cilindrului (6.10) se poate considera ca limita desfăşurării unei piramide sau prisme cu număr infinit de fețe şi cu unghiuri sau distanțe între fețele laterale, care tind spre zero.



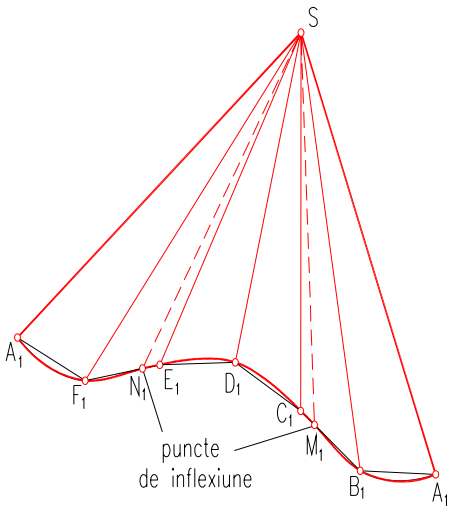


Fig.6.9

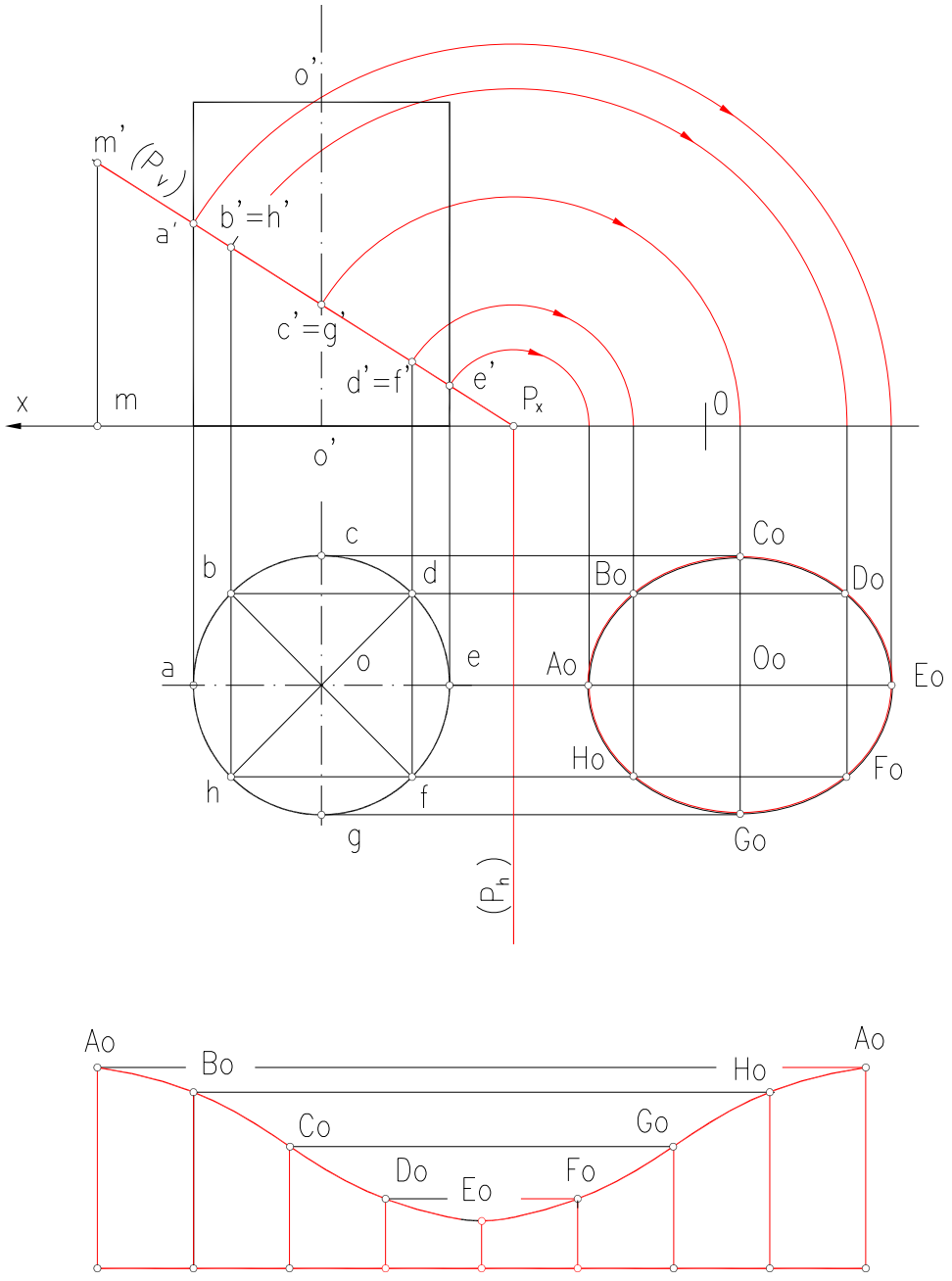


Fig.6.10

Punctele de intersecţie dintre o dreaptă şi un con sau cilindru se determină la intersecţia dreptei cu conturul unei secţiunii prin con sau cilindru cu un plan care o conţine dreapta(de preferiţă un plan pentru care secţiunea rezultată să fie cât mai precis determinată).

6.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

6.2.1 **.**Secţionarea şi desfăşurarea unui con circular drept .

Enunţ:

Să se secţioneze un con circular drept cu baza într-un plan de proiecţie un cerc cu centru în ***Ω*** şi raza de ***20 mm*** , cu un plan proiectant ***[P] (Px,N)*** şi să se desfăşoare trunchiul de con rezultat.Înălţimea conului / ***SΩ*** / ***=50mm*** (tabelul 6.1)

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 6.11); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.6.11).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***Ω*** , ***Px*** şi ***N (***tabelul 6.1).

Ω (55,35,0); ***Px(25,0,0)***; ***N(100,0,50)***;

Cercul de bază ***∈ [H]*** ; ***[P]-***plan de capăt

1.5. Se reprezintă proiecţiile conului circular drept (fig.6.11).

1.6. Se reprezintă urmele planului de capăt ***[P]***.

1.7. Se determină proiecţiile verticale ale elipsei de secţiune ***[a′, b′, c′, d′, e′, f′, g′, i′]*** care vor fi situate la intersecţia urmei verticale ***(Pv)*** a planului de capăt cu proiecţiile verticale ale generatoarelor conului (***/1′s′/***, ***/2′s′/***, ***/3′s′/***, ***/4′s′/***, ***/5′s′/***, ***/6′s′/***, ***/7′s′/***, ***/8′s′/***).

1.8. Se determină proiecţiile orizontale ale elisei de secţiune ***[a, b, c, d, e, f, g, i]*** trasând liniile de ordine până pe proiecţiile orizontale ale generatoarelor corespunzătoare.

1.9. Se va desfăşura trunchiul de con cunoscându-se că desfăşurata conului este un sector circular de rază egală cu generatoarea conului şi având unghiul la centru ***a = 360^0 R/G*** (***R*** - raza cercului de bază; ***G*** - generatoarea).

1.10.Pentru trasarea pe desfăşurată a transformatei elipsei de secţiune generatoarele trunchiului de con se aduc în adevărată mărime pe generatoarea ***/5′S′/*** de contur aparent vertical (generatoare de front) printr-o rotaţie de nivel, efectuată în jurul axei conului, generatoarele trunchiului de con. ; prin arce de cerc cu centrul în ***s′*** aceste generatoare sunt transpuse pe transformatele generatoarelor .corespunzătoare.

Unind punctele astfel obţinute, se obţine transformata elipsei de secţiune.

1.11.Punctele de inflexiune ale transformatei elipsei de secţiune sunt punctele de pe suprafaţa conului, pentru care planele tangente la con sunt perpendiculare pe planul secant ***[P]*** (teorema *Olivier*). Pentru determinarea acestor puncte, prin vârful ***S*** se construieşte perpendiculara ***(SQ)*** pe planul ***[P]*** şi urma orizontală ***H(h, h′)*** a acestei perpendiculare.

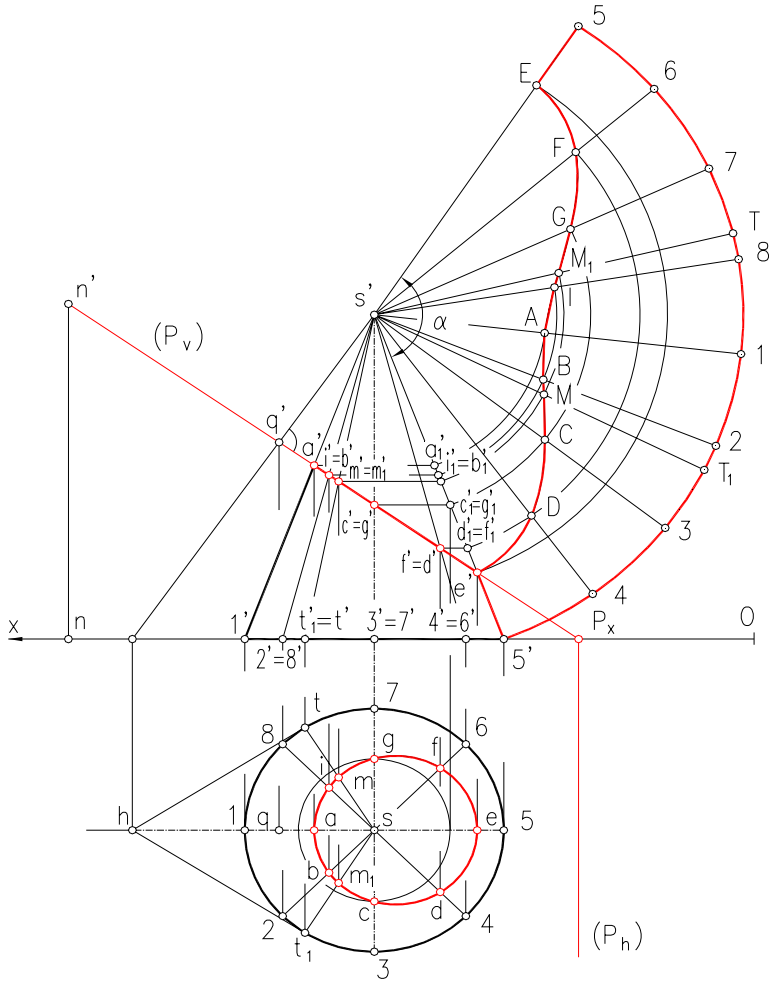
Urmele orizontale ale planelor tangente la con, perpendiculare pe planul ***[P]*****,** sunt tangentele la cercul de bază construite prin ***h***. Punctele de inflexiune căutate sunt ***M(m, m')*** şi ***$M_1(m_1, m_1')$*** în care generatoarele de tangență ***(ST)*** şi ***(ST_1)*** intersectează planul ***[P]***.

1.12. Se trasează desfăşurata trunchiului de con circular drept pornind din ***s'*** (fig.6.11).

1.13. Se completază indicatorul conform modelului (fig.6.11).

Tabelul 6.1

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ω	x	55	50	45	55	50	45	40	35	40	40
	y	40	35	30	25	40	40	35	30	25	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	95	90	85	80	75	5	10	15	20	25
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	40	35	35	50	45	40	40	45
[P]Plan de capăt		x_{Px}=25mm					x_{Px}=95mm				
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ω	x	55	50	45	40	35	130	125	120	115	110
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	35	30	35	40	40	35	30	35	40
M	x	5	10	15	20	25	150	145	140	135	130
	y	55	50	50	45	40	170	165	160	155	150
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P] Plan vertical		x_{Px}=85mm					x_{Px}=70mm				
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Ω	x	45	40	35	40	40	50	45	55	50	***55***
	y	40	35	30	25	40	35	30	25	40	***35***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
M	x	5	10	15	20	25	90	85	80	75	***100***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	50	45	40	40	45	*40*	40	35	35	***50***
[P]***Plan de capăt***		x_{Px}=100mm					x_{Px}=***20mm***				



Ω(55,35,0) Px(25,0,0) N(100,0,50)

[P]– plan de capat

Enunt: Sa se sectioneze un con circular drept cu baza intr–un plan de proiectie un cerc cu centrul in Ω si raza de 20 mm cu un plan proiectant [P] (Px,N) si sa se desfasoare trunchiul de con rezultat.Inaltimea conului |SΩ|=50 mm.		
Lucrarea nr. 6.2.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea planşei Desfasurarea trunchiului de con circular drept.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.6.11

6.3. TEME

6.3.1 .Secționarea şi desfăşurarea unui cilindru oblic

Enunț:

Să se secționeze un cilindru circular oblic cu baza un cerc într-un plan de proiecție, centrul ***Ω*** , ***raza*= *15mm*** şi generatoarea dreapta ***(AA_1)*** cu un plan de proiectant ***[P] (Px)*** perpendicular pe ea (tabelul 6.2).

Indicații:

1.1 Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 6.12); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2 Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.6.12).

1.3 Se completează enunțul problemei.

1.4 Se scriu coordonatele punctelor ***Ω*** , ***A***, ***A_1*** , şi ***Px (***tabelul 6.2).

Ω (80,20,0) ; ***A(95,20,0)***; ***A_1 (45,20,40)***; ***Px(40,0,0)***.

Baza cilindrului ***∈[H]***

(AA_1) **–**dreaptă frontală

Planul ***[P]-***plan de capăt

1.5 Se reprezintă proiecțiile cilindrului circular oblic (fig.6.12).

1.6 Se reprezintă urmele planului de capăt ***[P]***.

1.7 Se determină proiecțiile verticale ale elipsei de secțiune ***[1′, 2′, 3′, 4′, 5′, 6′, 7′, 8′]*** care vor fi situate la intersecția urmei verticale ***(Pv)*** a planului de capăt cu proiecțiile verticale ale generatoarelor cilindrului ***(/a′1′, /b′2′.....).***

1.8 Se determină proiecțiile orizontale ale elipsei de secțiune ***[1,2,3,4,5,6,7,8]*** trasând liniile de ordine până pe proiecțiile orizontale ale generatoarelor corespunzătoare.

1.9Se va desfăşura cilindru circular oblic cunoscându-se că :

-cercul de bază se găseşte în planul ***[H]*** în adevărata mărime,

-generatoarele fiind drepte frontale,sunt reprezentate în adevărata mărime pe planul ***[V].***

1.10 Pentru determinarea distanțelor dintre generatoare s-a secționat cilindrul cu planul ***[P]*** perpendicular pe generatoare. Prin rabaterea planului ***[P]*** pe planul ***[V]*** de proiecție, se obține, în adevărata mărime, elipsa de secțiune ***[1o,2o,3o,4o,5o,6o,7o,8o]***

1.11 Trasformata prin desfăşurare a acestei elipse este un segment de dreaptă /***1o 1o***/ de lungime egală cu lungimea elipsei (fig. 6.12). La construcția transformatei elipsei, arcele de elipsă sunt aproximate prin coardele ce le corespund .

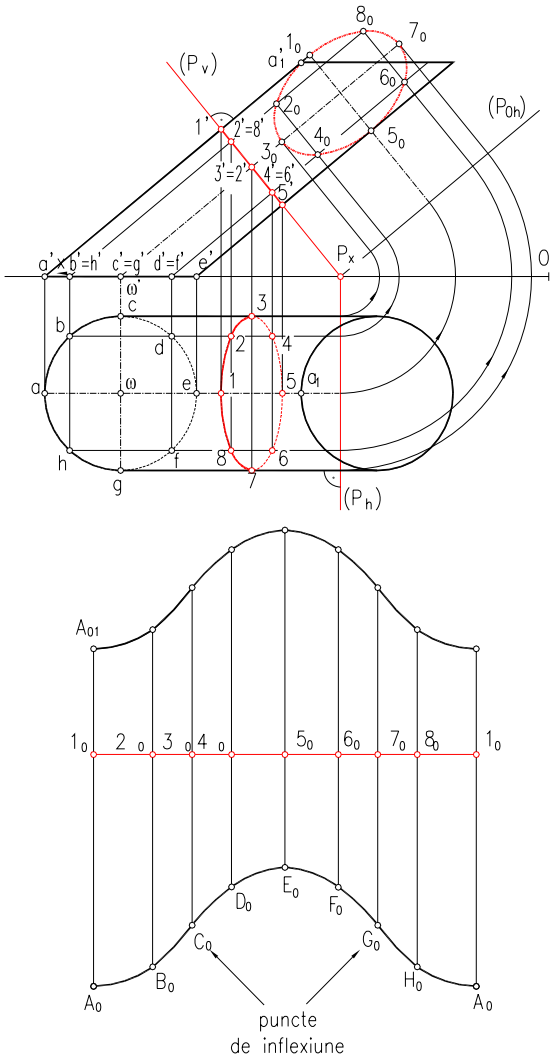
1.12 Transformatele generatoarelor cilindrului sunt perpendiculare pe transformata elipsei secțiunii drepte. Se construiesc apoi în desfăşurată adevăratele mărimi ale generatoarelor cilindrului ştiind că /***Ao1o***/= /***a′1′***,.../***Ho8o***/= / ***h′8′***/

Analog se determină şi punctele corespunzătoare bazei superioare a cilindrului.

1.13. Se trasează desfăşurata cilindrului circular oblic (fig.6.12
1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.6.12).

Tabelul6.2

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ω	x	100	95	90	85	80	100	95	90	85	80
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	115	110	105	100	95	115	110	105	100	95
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A_1	x	65	60	55	50	45	65	60	55	50	45
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	50	50	50	50	50	45	45	45	45	45
[P]	x_{Px}=40	Plan de capăt									
Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ω	x	100	95	90	85	80	100	95	90	85	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	35	30	25	45	40	35	30	25
A	x	85	80	75	70	65	80	75	70	65	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	35	30	25	45	40	35	30	25
A_1	x	40	35	30	25	20	45	40	35	30	25
	y	45	50	45	40	50	45	50	45	40	50
	z	45	40	35	30	25	45	40	35	30	25
[P]	x_{Px}=40	Plan vertical									
Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
Ω	x	100	95	90	85	80	100	95	90	85	***80***
	y	20	25	30	35	40	40	35	30	25	***20***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
A	x	115	110	105	100	95	120	125	110	105	***95***
	y	20	25	30	35	40	40	35	30	25	***20***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
A_1	x	160	155	150	145	140	155	150	145	140	***45***
	y	20	25	30	35	40	40	35	30	25	***20***
	z	50	45	40	50	45	40	50	45	40	***40***
[P]	x_{Px}=***40***	***Plan de capăt***									



Ω(80,20,0) Px(40,0,0) (AA1)-dreapta frontala
A(95,20,0) A1(45,20,40) [P]- plan de capat

Enunt: Sa se sectioneze un cilindru circular oblic cu baza intr-un plan de proiectie,un cerc cu centrul Ω, raza=15mm si generatoarea dreapta (AA1) cu un plan proiectant [P] (Px) perpendicular pe ea.

Tema nr. 6.3.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unui cilindru oblic.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.6.12

7. SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE

7.1.GENERALITĂȚI

O suprafață oarecare de rotație este generată prin rotirea unei linii oarecare ***(Γ)(γ,γ'),*** dreaptă sau curbă, plană sau strâmbă, în jurul unei drepte ***(Ω)(ω,ω')*** numită axa suprafeței (fig.7.1).

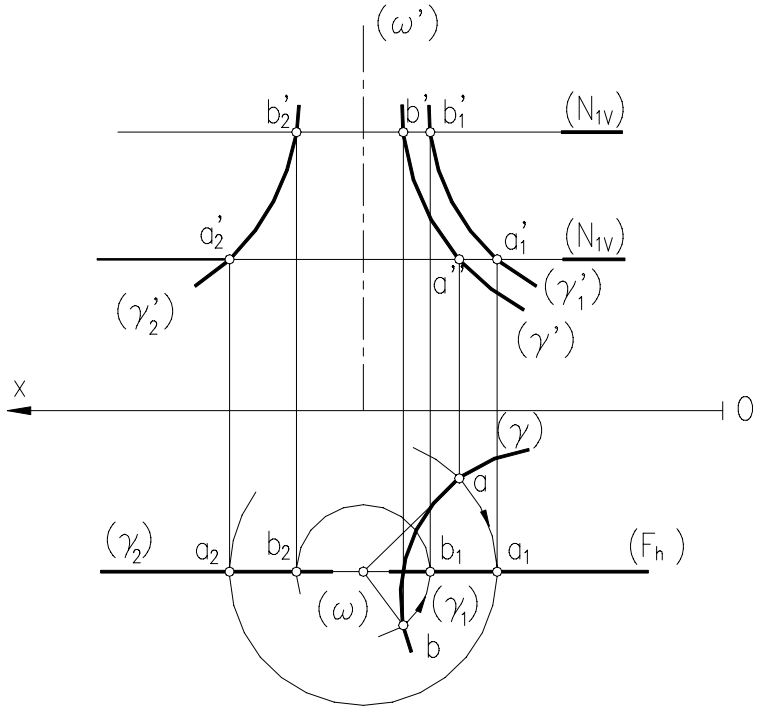


Fig.7.1

Orice plan care conține axa ***(Ω)*** taie suprafața de rotație după o curbă numită ***meridian***.

Meridianul principal al suprafeței de rotație este meridianul conținut într-un plan de front ce trece prin axa de rotație; ***(γ1, γ1')^ (γ2 , γ2')⊂[F].*** Paralelul de rază maximă se numeşte ***ecuator***.

Teoreme referitoare la suprafețele de rotație:

- Un plan tangent la o suprafață de rotație, într-un punct al acesteia, este perpendicular pe planul meridian ce trece prin acel punct;
- Planele tangente suprafeței în puncte ale aceluiaşi paralel intersectează axa în acelaşi punct;

- Normalele la suprafața de rotație în puncte ale aceluiaşi paralel intersectează axa în acelaşi punct;
- O suprafață de rotație poate fi înfăşurată de conuri de rotație, tangente suprafeței după paraleli;
- O suprafață de rotație poate fi înfăşurată de cilindri de rotație, tangenți suprafeței după meridiani;
- O suprafață de rotație poate fi înfăşurată de sfere tangente suprafeței după paraleli.

O suprafață de rotație este definită în epură prin proiecțiile axei şi ale meridianului său principal, sau ale curbei generatoare ***(Γ)(γ,γ')***(v. fig.7.1). Secțiunea cu un plan de front care conține axa determină conturul aparent vertical al suprafeței (proiecțiile verticale ale meridianilor principali).

Conturul aparent orizontal se poate obține numai dacă la meridianul principal se pot construi tangente verticale. Dacă acest meridian nu admite tangente verticale, atunci suprafața nu admite un contur aparent orizontal.

Suprafețele de rotație utilizate frecvent în alcătuirea formelor constructive sunt:sfera, torul, cuadricele (elipsoidul, hiperboloidul) şi suprafețele riglate (con, cilindru).

Sfera este suprafața de rotație generată prin rotația unui cerc ***(C)*** (sau semicerc) în jurul unui diametru (fig.7.2).Sfera poate fi definită şi ca locul geometric al punctelor echidistante față de un punct fix ***O***, numit centrul sferei. Rezultă că orice sferă este determinată dacă se cunosc coordonatele centrului şi ale unui punct de pe suprafața acesteia (sau măsura razei).

Prin secționarea unei sfere ***S***, de centru ***O***, şi rază ***/OM /,*** cu un plan oarecare ***[S],*** rezultă curba ***(C_1)***(fig.7.3); ***S(O, /OM /) ∩[S] = (C_1).***

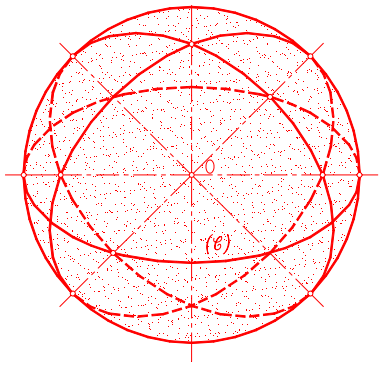


Fig.7.2

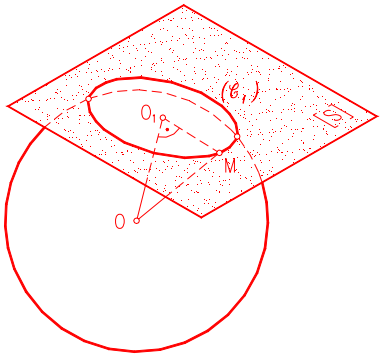


Fig.7.3

Un punct este situat pe o sferă dacă aparține unui meridian sau paralel al acesteia.

Orice plan tangent la o sferă este perpendicular pe rază, în punctul de tangență (fig.7.4).

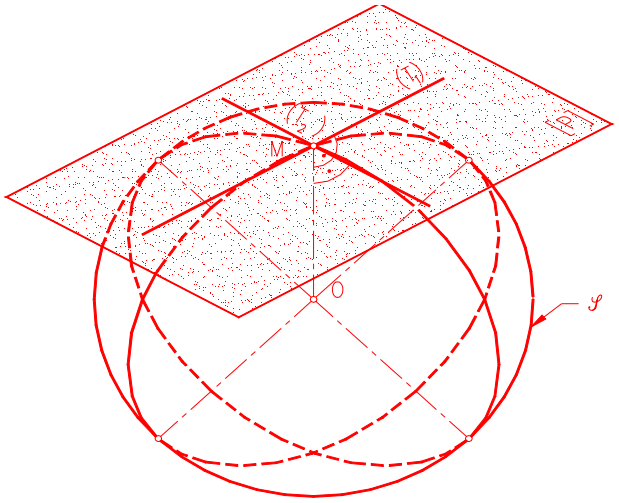


Fig.7.4

Orice secțiune plană prin sferă determină un cerc de secțiune; centrul cercului de secțiune este proiecția ortogonală a centrului sferei pe planul de secțiune (v.fig.7.3).

7.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

7.2.1. Secţionarea unei sfere cu un plan proiectant.

Enunţ:

Să se secţioneze o sferă cu centrul în O_1 şi raza R_1 cu un plan proiectant ***[P](Px, M)*** (tabelul 7.1).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 7.5); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.7.5).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1, ***Px*** şi ***M*** şi raza R_1(tabelul 7.5).

O_1 ***(45,30,30)***; ***Px(10,0,0)***; ***M(20,10, 0)***; R_1***=25mm***

[P]-plan vertical

1.5. Se reprezintă proiecţiile sferei (fig.7.5).

1.6. Se reprezintă urmele planului vertical ***[P]***.

1.7. Planul vertical ***[P]*** secţionează sfera după un cerc a cărui proiecţie orizontală coincide cu urma orizontală (P_h) a planului de secţiune (deformare completă); centrul cercului de secţiune $O_2(o_2, o_2')$ se obţine la intersecţia normalei din centrul $O_1\ (o_1, o_1')$ al sferei pe planul secant vertical ***[P]***. Proiecţia verticală a cercului de secţiune este o elipsă având axa mică /$a'b'$/, situată pe proiecţia verticală a unei orizontale .ce trece prin O_2.

1.8. Pentru determinarea axei mari a elipsei de secţiune ***(CD)*** se utilizează un plan auxiliar frontal $[F_2]\ (Fh_2)$; proiecţia verticală a ei

/ $c'd'$/. este situată pe proiecţia verticală a unei drepte verticale ce trece prin O_2 Deci /***ab*** /=/ $c'd'$/.

1.9. Cercul de secţiune este tangent la ecuatorul sferei în punctele ***E(e,e')*** şi ***F(f, f')*** . Aceste puncte sunt comune planului de secţiune ***[P]*** şi planului frontal $[F_1](Fh_1)$ care conţine centrul sferei.

1.10.Pentru o determinare mai precisă a elipsei se mai utilizează un plan auxiliar frontal $[F_3]\ (Fh_3)$ cu ajutorul căruia se determină punctele ***G*** şi ***H***. e sec

1.11.Se trasează elipsa reprezentând proiecţia verticală a cercului rezultat din secţionarea sferei cu un plan vertical(fig.7.5)

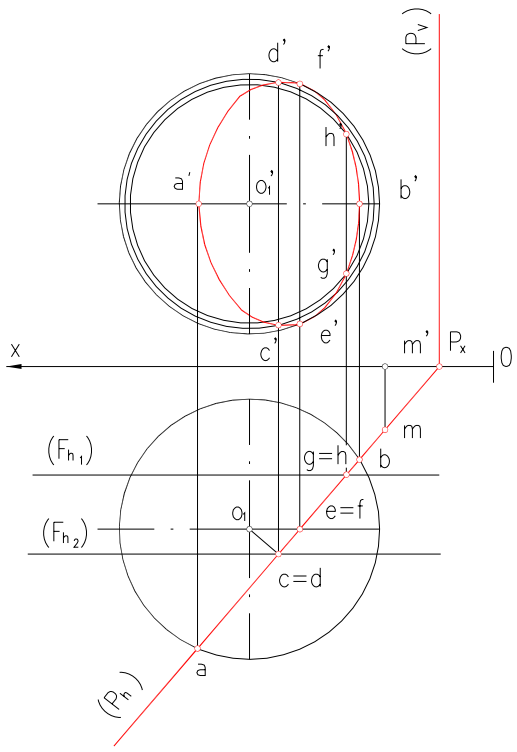
1.12.Se completază indicatorul conform modelului (fig.7.5).

Tabelul 7.1

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O_1	x	80	75	70	65	60	80	75	70	65	60
	y	60	55	50	45	40	55	50	45	40	35
	z	50	45	50	45	40	45	40	45	40	45
M	x	5	40	35	30	25	40	35	30	25	20
	y	35	30	25	20	15	35	30	25	20	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P]	x_{Px}=15	[P] plan vertical									
R1=35mm											

Varianta / Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O_1	x	60	80	75	70	65	60	80	75	70	65
	y	40	45	40	45	40	45	40	45	40	45
	z	40	55	50	45	40	35	60	55	50	45
M	x	25	40	35	30	25	20	45	40	35	30
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	15	35	30	25	20	15	35	30	25	20
[P]	x_{Px}=20	[P] plan de capat									
R1=30mm											

Varianta / Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
O_1	x	75	70	65	60	80	75	70	65	60	***45***
	y	55	50	45	40	55	50	45	40	35	***30***
	z	45	50	45	40	45	40	45	40	45	***30***
M	x	40	35	30	25	40	35	30	25	20	***20***
	y	30	25	20	15	35	30	25	20	15	***10***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
[P]	***x_{Px}=10***	***[P] plan vertical***									
R1=25mm											



O1(45,30,30) Px(10,0,0) M(20,10,0) R1=25 mm

[P]- plan vertical

Enunt: Sa se sectioneze o sfera cu centrul in O1 si raza R1 cu un plan proiectant [P] (Px,M).

Tema nr. 5.3.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea unei sfere cu un plan proiectant.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig 7.5

8. INTERSECȚIA CORPURILOR GEOMETRICE

8.1.GENERALITĂȚI

Două corpuri geometrice se intersectează după una sau două linii poligonale sau curbe închise.Acestea sunt în general spațiale şi sunt formate din mulțimea punctelor comune suprafețelor celor două corpuri.

Corpurile geometrice se pot intersecta prin rupere (intersecția este formată dintr-o singură linie spațială) (fig.8.1) sau pătrundere (intersecția este formată din două linii) (fig.8.2).

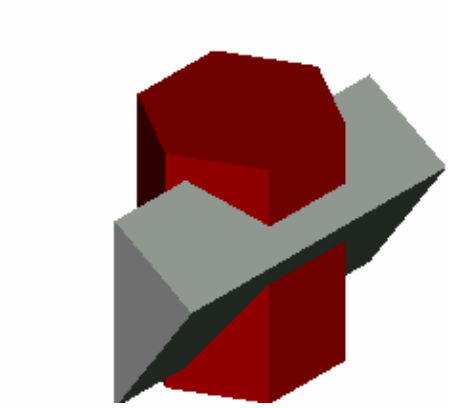


Fig.8.1

Fig.8.2

Pentru determinarea liniei de intersecție se utilizează suprafețe auxiliare.Acestea se aleg astfel încât intersecțile cu suprafețele corpurilor date să fie clare şi uşor de construit.

Suprafețele auxiliare, frecvent folosite, sunt plane sau suprafețe sferice.Intersecția celor două corpuri este delimitată de suprafețe auxiliare,denumite suprafețe auxiliare limită.

Pentru determinarea liniilor de intersecție se parcurg următoarele etape:

- determinarea suprafețelor auxiliare necesare,care se aleg în funcție de corpurile intersectate şi de poziția lor în spațiu,
- stabilirea tipului de intersecție,cu ajutorul suprafețelor limită,
- determinarea punctelor de intersecție,
- unirea punctelor comune (prin metoda mobilului sau a digramelor desfăşuratelor convenționale,
- determinarea vizibilității intersecției.

8.2. INTERSECȚIA POLIEDRELOR

Intersecția a două poliedre se poate obține prin la două metode:
prin vârfuri şi
prin laturi.
In general se preferă prima metodă d
atorită simplității construcțiilor**.**

8.2.1. Intersecția a două prisme

Planele auxiliare folosite la intersecția a două prisme sunt plane care conțin muchiile prismelor şi sunt paralele cu direcțiile muchiilor acestora (fig.8.3).

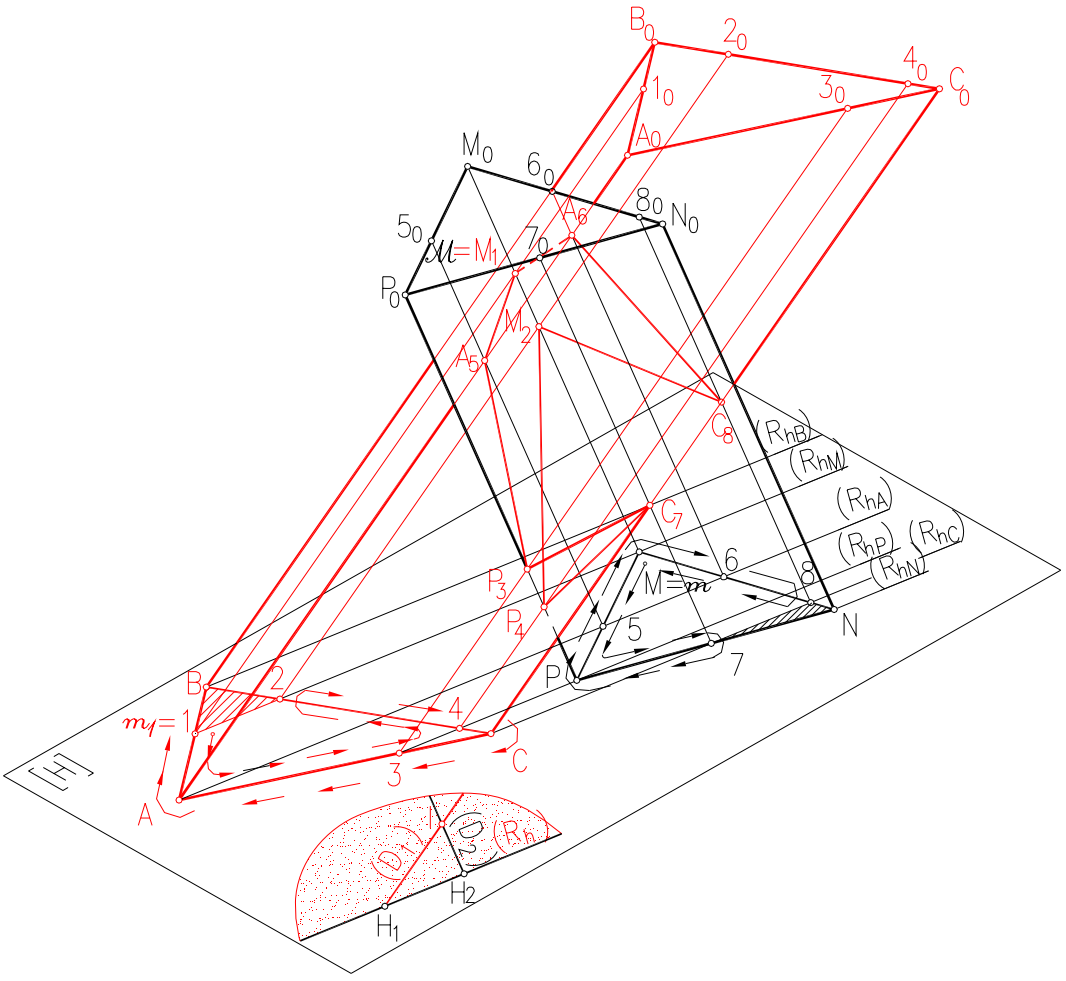


Fig. 8.3

Pentru a le construi se alege un punct ***I*** exterior celor două prisme prin care se duc dreptele ***(D_1)*** şi ***(D_2)*** paralele cu muchiile prismelor. Urma orizontală a planului definit de cele două drepte ***(D_1)*** şi ***(D_2),*** va de direcția urmelor planelor auxiliare utilizate. Dacă aceste plane, care trec prin muchia unei prisme, intersectează poligonul de bază a celeilalte prisme se numesc ***plane auxiliare utile***. Dintre aceste plane, cele care delimitează intersecția se numesc ***plane auxiliare limită***. Suprafețele bazelor situate în afara acestora se numesc ***zone interzise*** (fig.8.3)

8.2.2. Intersecția a două piramide

Planele auxiliare utilizate la intersecția a două piramide sunt construite prin muchiile piramidelor şi prin dreapta care conține cele două vârfuri. Urmele orizontale ale acestor plane sunt concurente într-un punct, numit ***punct de convergență*** (fig.8.4)

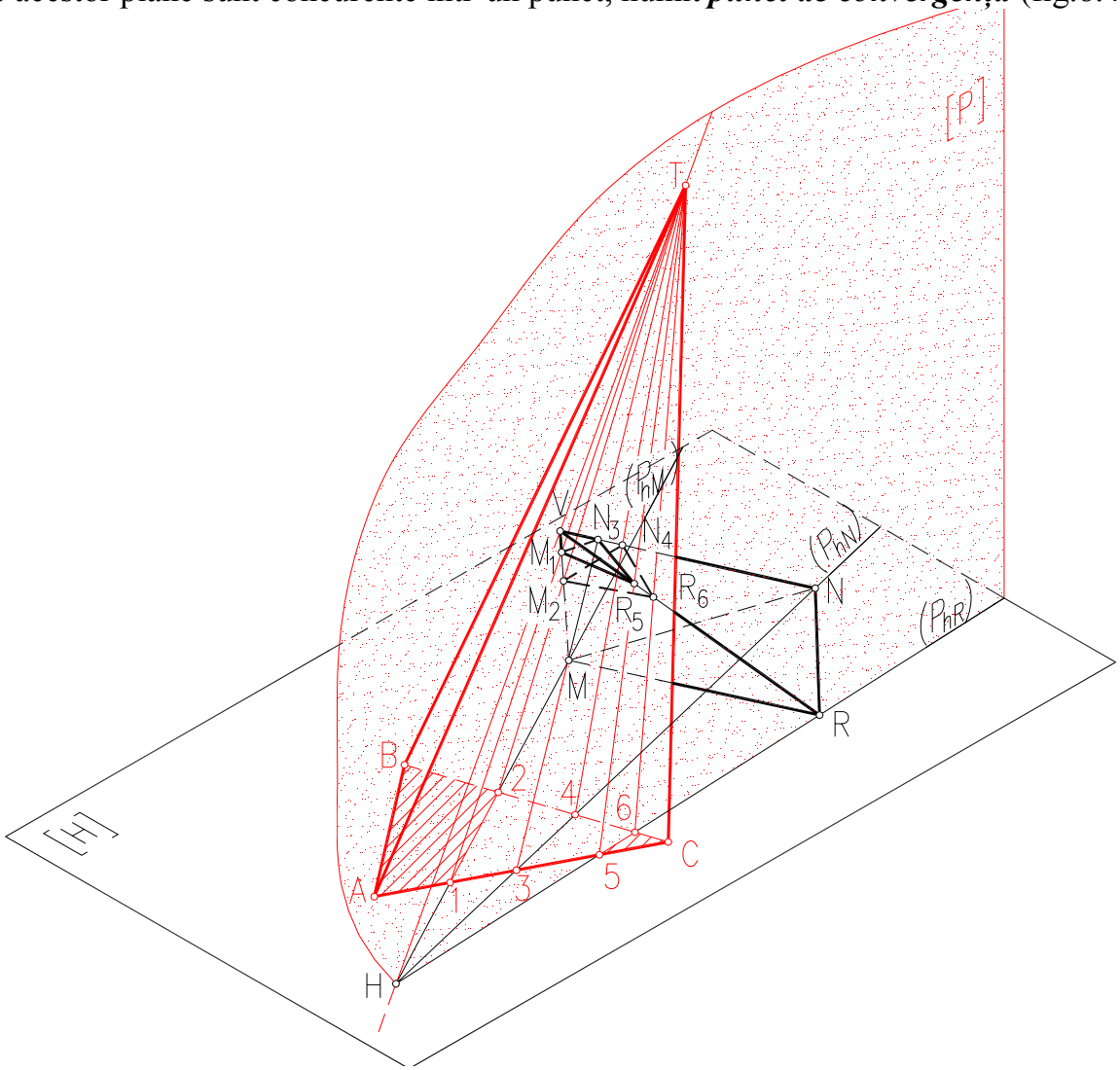


Fig.8.4

8.2.3. Intersecţia unei piramide cu o prismă.

Planele auxiliare folosite la intersecţia unei piramide cu o prismă, trec prin vârful piramidei şi sunt paralele cu muchiile laterale ale prismei (fig.8.5**)**

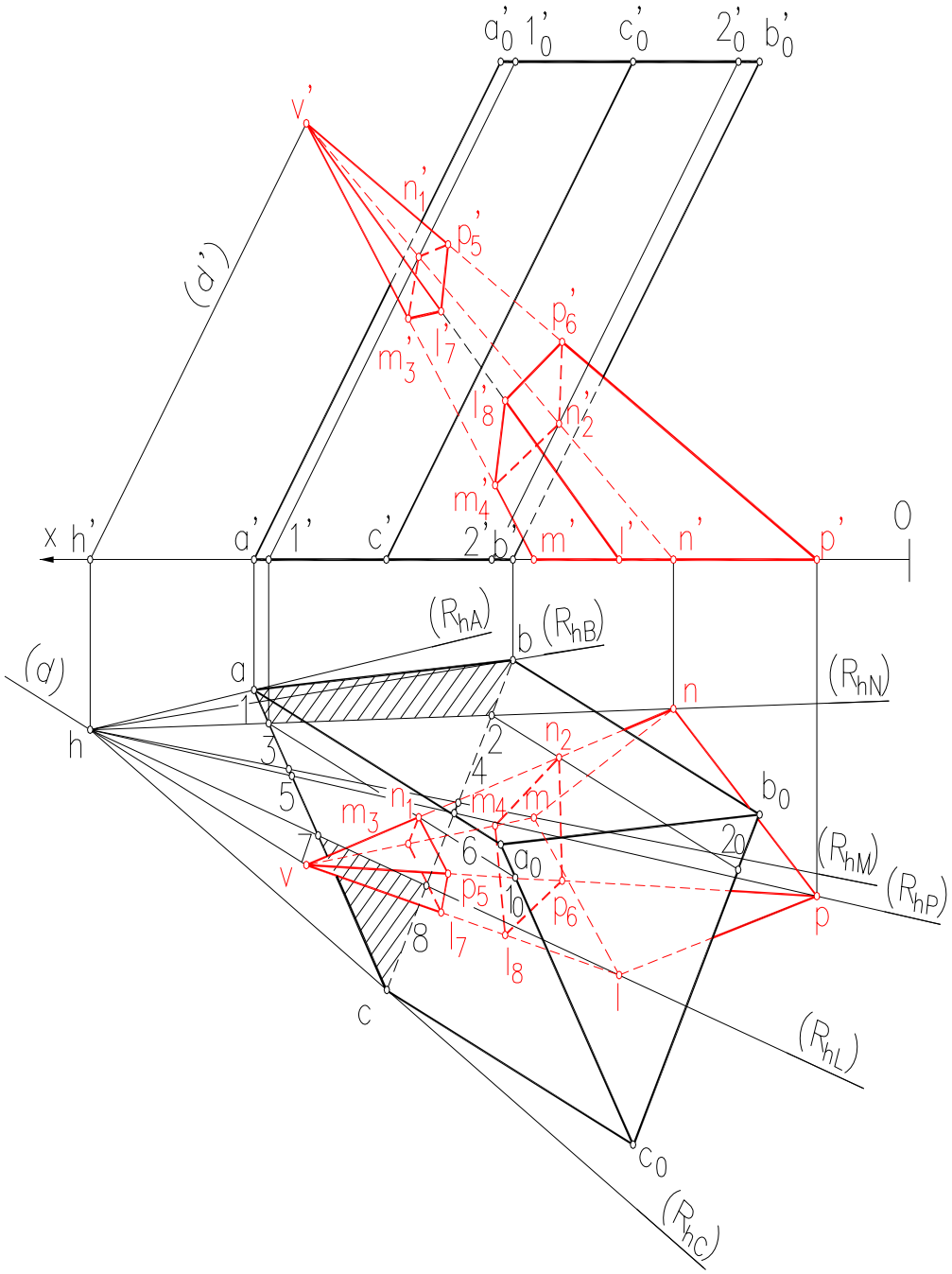


Fig.8.5

8.3. INTERSECȚIA SUPRAFEȚELOR CILINDRO-CONICE

Prin analogie, linia sau liniile de intersecție dintre două suprafețe cilindro-conice, suprafețe care au generatoare rectilinii, reprezintă mulțimea punctelor de intersecție ale generatoarelor unei suprafețe cu cealaltă suprafață. Rezolvarea intersecției se reduce, deci, la determinarea punctelor de intersecție dintre generatorele unei suprafețe cu cealaltă suprafață. Pentru determinarea unor puncte curente ale liniei de intersecție se utilizează plane auxiliare, ca şi în cazul poliedrelor, asimilând cilindrul unei prisme şi conul unei piramide cu un număr infinit de muchii.

Modul de unire a punctelor liniilor de intersecție precum şi determinarea vizibilității lor, se poate realiza prin două metode:

- metoda mobilului şi

- metoda diagramelor desfăşuratelor convenționale.

Datorită simplității este preferată metoda diagramelor desfăşuratelor convenționale, care se construieşte avându-se în vedere următoarele reguli:

- se reprezintă numai generatoarele laterale ale celor două suprafețe cilindro-conice, fără a lua în considerare lungimile lor şi distanța dintre ele;
- generatoarele celor două suprafețe cilindro-conice se consideră perpendiculare între ele;
- generatoarele care nu participă la intersecție sunt aşezate la periferia diagramei;
- se unesc punctele situate pe aceeaşi față;
- nu se unesc punctele situate pe aceeaşi generatoare.

Pe aceste diagrame sunt notate cu *v* fețele vizibile şi cu *i* cele invizibile

8.3.1. Intersecția a doi cilindri

8.3.1.1. Intersecției a doi cilindri circulari oblici

Pentru determinarea intersecției a doi cilindri circulari oblici având axele (O_1O_2) respectiv (O_3O_4) şi bazele în planul de proiecție ***[H]*** (fig. 8.6), se alege un punct arbitrar *I* prin care se trasează dreptele (D_1) şi (D_2) paralele cu generatoarele celor doi cilindri . Aceste drepte definesc planul ***[P],*** având urma orizontală ***(Ph)*** şi este paralel cu generatoarele celor doi cilindri. Urma ***(Ph)*** defineşte direcția urmelor orizontale (Ph_A), (Ph_B),...(Ph_F) ale planelor auxiliare de secțiune, paralele cu ***(Ph).***

Aceste urme sunt trasate începând cu urmele planelor auxiliare limită (Ph_A) şi (Ph_F) tangente la cercul de bază al cilindrului de axă (O_1O_2).

Planul limită $[P_A](Ph_A)$ este tangent la cilindrul de axă (O_1O_2) după generatoarea ce trece prin punctul ***A*** al bazei şi secționează cilindrul de axă (O_3O_4) după generatoarele ce trec prin punctele ***1*** şi ***2*** ale bazei.

De asemenea, planul ***[P$_F$](Ph$_F$)*** este tangent la cilindrul de axă ***(O$_1$O$_2$)*** după generatoarea ce trec prin ***F*** şi secţionează cilindrul de axă ***(O$_3$O$_4$)*** după generatoarele ce trec prin punctele *11* şi ***12.*** Întrucât planele limită determină zone interzise numai pe baza cilindrului de axă ***(O$_3$O$_4$)*** rezultă că intersecţia este o ***pătrundere.***

Urmele celorlalte plane auxiliare utile ***(Ph$_B$)...(Ph$_F$)*** sunt trasate prin fiecare dintre generatoarele de contur aparent ale celor doi cilindri. Fiecare din aceste plane determină câte două generatoare de secţiune pe fiecare cilindru, iar intersecţia acestor generatoare definesc puncte situate pe curbele de intersecţie.

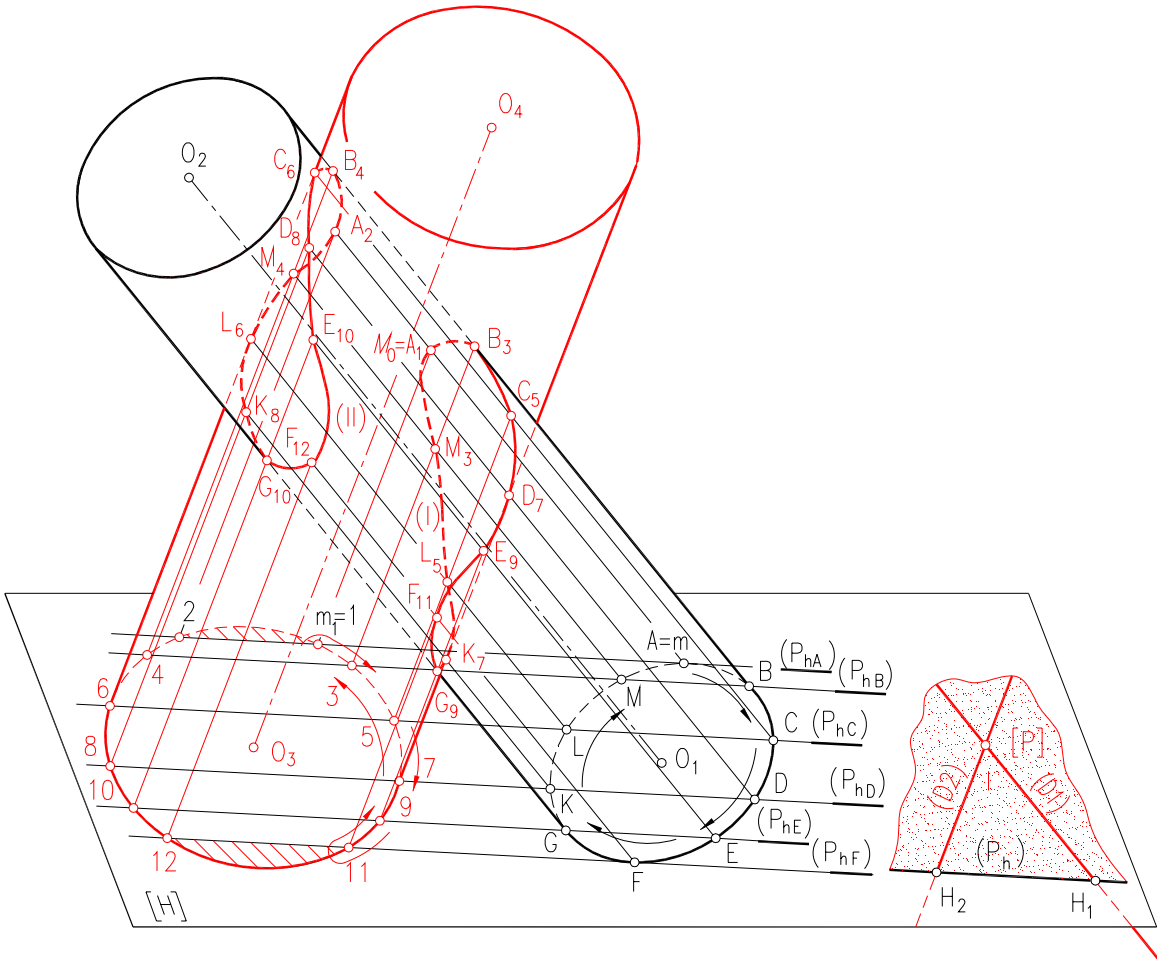


Fig.8.6

Astfel, planul ***[P$_B$](Ph$_B$)*** intersectează cilindrul ***(O$_1$O$_2$)*** după generatoarele din ***B*** şi ***M***, iar cilindrul ***(O$_3$O$_4$)*** după generatoarele din ***3*** şi ***4.*** Punctele situate pe curbele de intersecţie sunt:

$B_3=(B)\cap(3)$; $B_4=(B)\cap(4)$; $M_3=(M)\cap(3)$; $M_4=(M)\cap(4)$. Analog se determină şi celelalte puncte ale curbelor de intersecţie. Punctele B_3 şi B_4 sunt ***puncte limită***, adică puncte în care curbele de intersecţie sunt tangente la conturul aparent al cilindrului de axă (O_1O_2).

Ordinea de unire a punctelor astfel obţinute, cât şi viziblitatea punctelor de intersecţie, se determină utilizând, la fel ca şi în cazul intersecţiei poliedrelor, metoda mobilului sau metoda diagramelor desfăşuratelor convenţionale .

8.3.1.2. Intersecţiei a doi cilindri circulari drepţi cu axele concurente şi perpendiculare.

Acest tip de intersecţie se poate realiza prin două metode:

a- utilizând ca suprafaţă auxiliară sfera

În acest caz curbele de intersecţie sunt construite numai în proiecţie verticală(fig.8.7).Cei doi cilindri circulari drepţi au centrele bazelelor O_1, respectiv O_2cu axele concurente şi perpendiculare.

Punctele a', e', a'_{01}, e'_{01} ale curbelor de intersecţie sunt determinate de intersecţia generatoarelor de contur aparent ale celor doi cilindri. Pentru determinarea celorlalte puncte ale intersecţiei, se intersectează cei doi cilindri cu sfere având centrul în punctul de concurenţă ω'a axelor celor doi cilindri.

Suprafaţa sferică auxiliară limită, având centrul în ω' şi raza minimă R_1, este înscrisă în cilindrul cu diametrul cel mai mare (cilindrul cu axa fronto-orizontală). Această sferă este tangetă la cilindrul cu axa fronto-orizontală după un cerc care se proiectează total deformat, după diametrul $/1'_1 1'_{01}/$ şi secţionează cilindrul cu axa verticală după două cercuri ce se proiectează după diametrele $/1'_2\text{-}1'_2/$ şi $/2'_{02}\text{-}2'_{02}/$. Aceste trei cercuri se intersectează în patru puncte situate pe curbele de intersecţie, puncte care, în proiecţie verticală, coincid două câte două: $c'=c_1$ şi $c'_0=c'_{01}$. Proiecţiile acestor puncte reprezintă vârfurile hiperbolei ce constituie proiecţia verticală a curbelor de intersecţie. Alte puncte curente ale curbelor de intersecţie se obţin utilizând sfera de rază R_2 şi acelaşi centru ω' .Punctele f', g', f'_0 şi g'_0 se obţin cu ajutorul sferei de rază R_3. Aceste puncte sunt imaginare şi servesc la trasarea mai exactă a proiecţiilor curbelor de intersecţie.

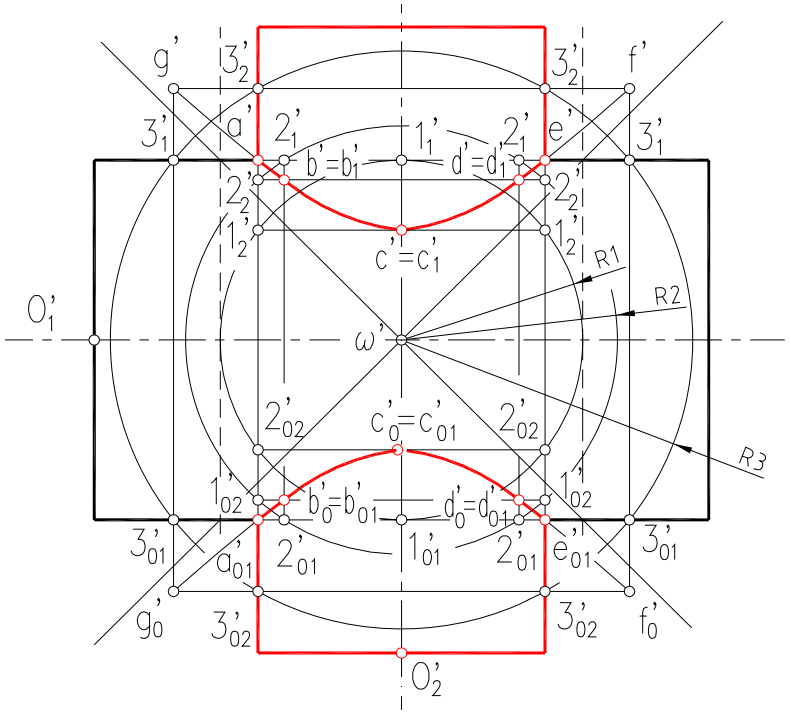


Fig.8.7

În fig. 8.8 este prezentată intersecţia a doi cinlindri de rotaţie cu axe ortogonale şi având diametrele egale. Proiecţiile curbelor de intersecţie se construiesc respectând aceeaşi metodică, prezentată mai sus. Se observă că în acest caz curbele de intersecţie se proiectează complet deformat, după două drepte concurente.

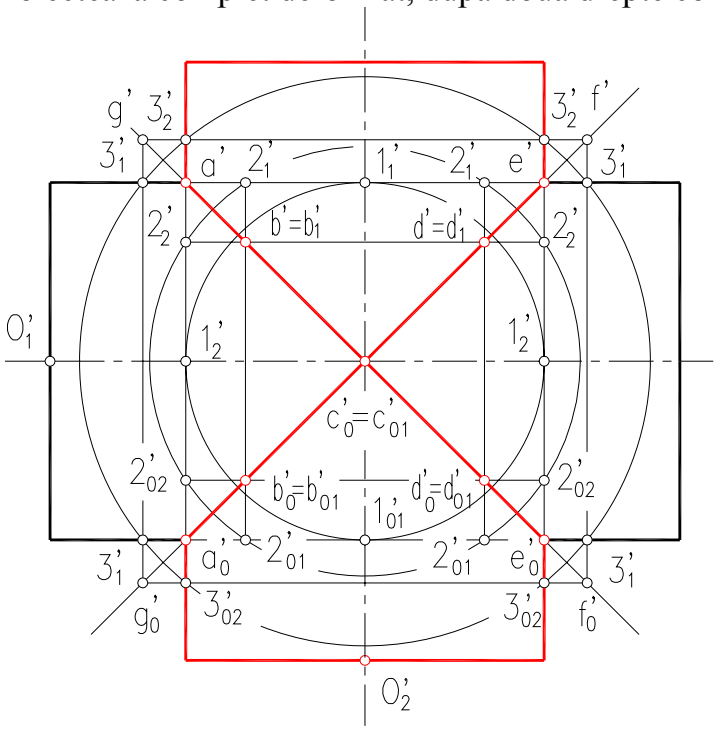


Fig.8.8

b. Prin cea de a doua metodă, mai generală curbele de intersecție sunt construite în toate cele trei proiecții (fig.8.9).Cei doi cilindri circulari drepți au centrele bazelelor O_1, respectiv O_2, cu axele concurente şi perpendiculare;se utilizează ca plane auxiliare planele paralele cu axele celor doi cilindri.

Un cilindru are axa fronto-orizontala (O_1O_2) şi baza în planul *[L]* , iar cel de al doilea cilindru are axa o dreaptă de capăt (O_3O_4) şi baza în planul *[V]* .

Planele auxiliare utilizate sunt plane frontale $[F_1]$, $[F_2]$, $[F_3]$, paralele cu axele celor doi cilindri. Acestea secționează fiecare cilindru după câte un dreptunghi. Punctele curbei de intersecție se vor situa la intersecțiile dreptunghiurilor.

Ordinea de unire a punctelor curbei de intersectie urmăreşte succesiunea planelor auxiliare. Vizibilitatea s-a determinat în funcție de vizibilitatea generatoarelor pe care se află punctele curbei de intersecție a celor doi cilindri (fig.8.9).

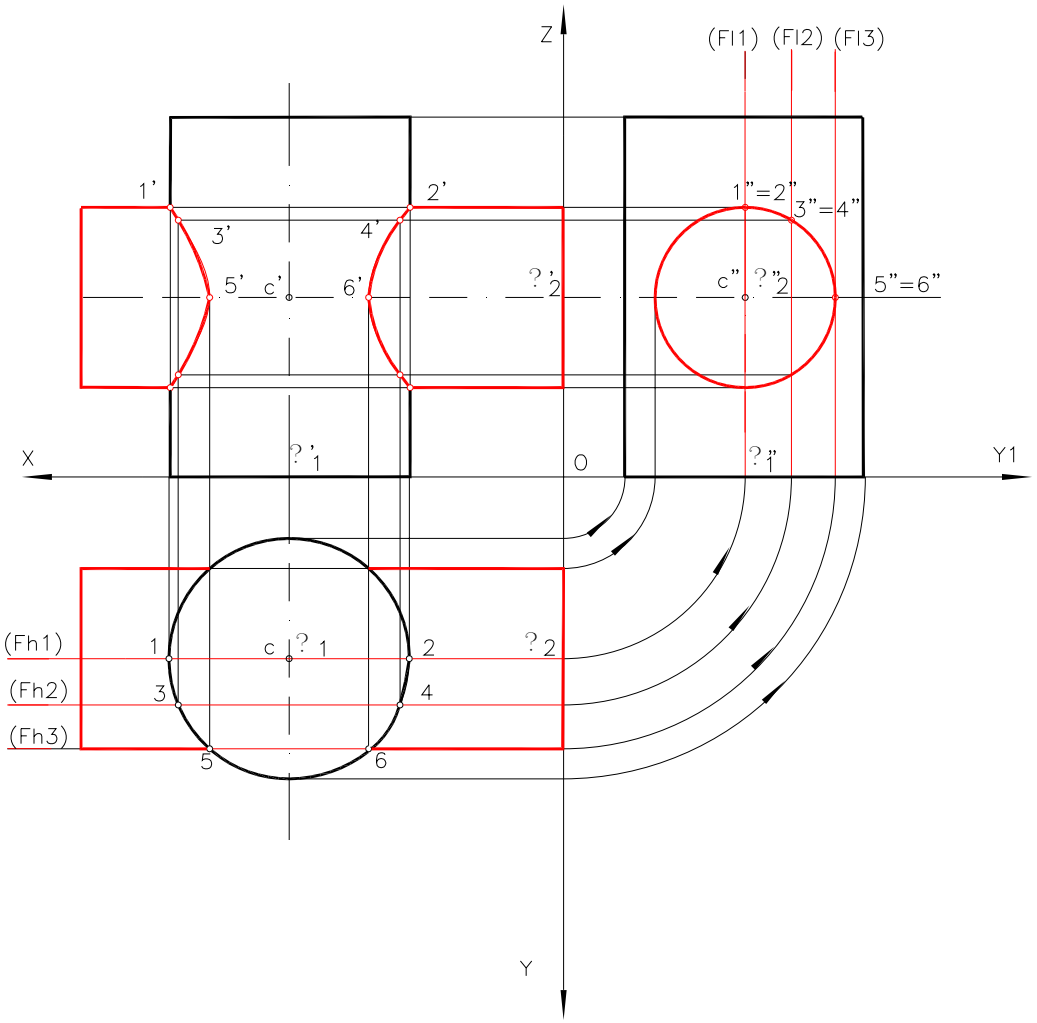


Fig.8.9

8.3.2. Intersecţia a două conuri

Pentru rezolvarea intersecţiei a două conuri circulare oblice (fig.8.10) cu bazele situate în planul de proiecţie ***[H]*** şi vârfurile $S_1(s_1,s'_1)$ şi $S_2(s_2,s'_2)$, se utilizează ca plane auxiliare de secţiune plane care conţin dreapta $(D)(d,d')$ şi uneşte cele două vârfuri S_1 şi S_2. Urmele orizontale ale acestor plane trec prin urma orizontală $H(h,h')$a dreptei $(D)(d,d')$. Planele auxiliare secţionează conurile după generatoarele acestora.

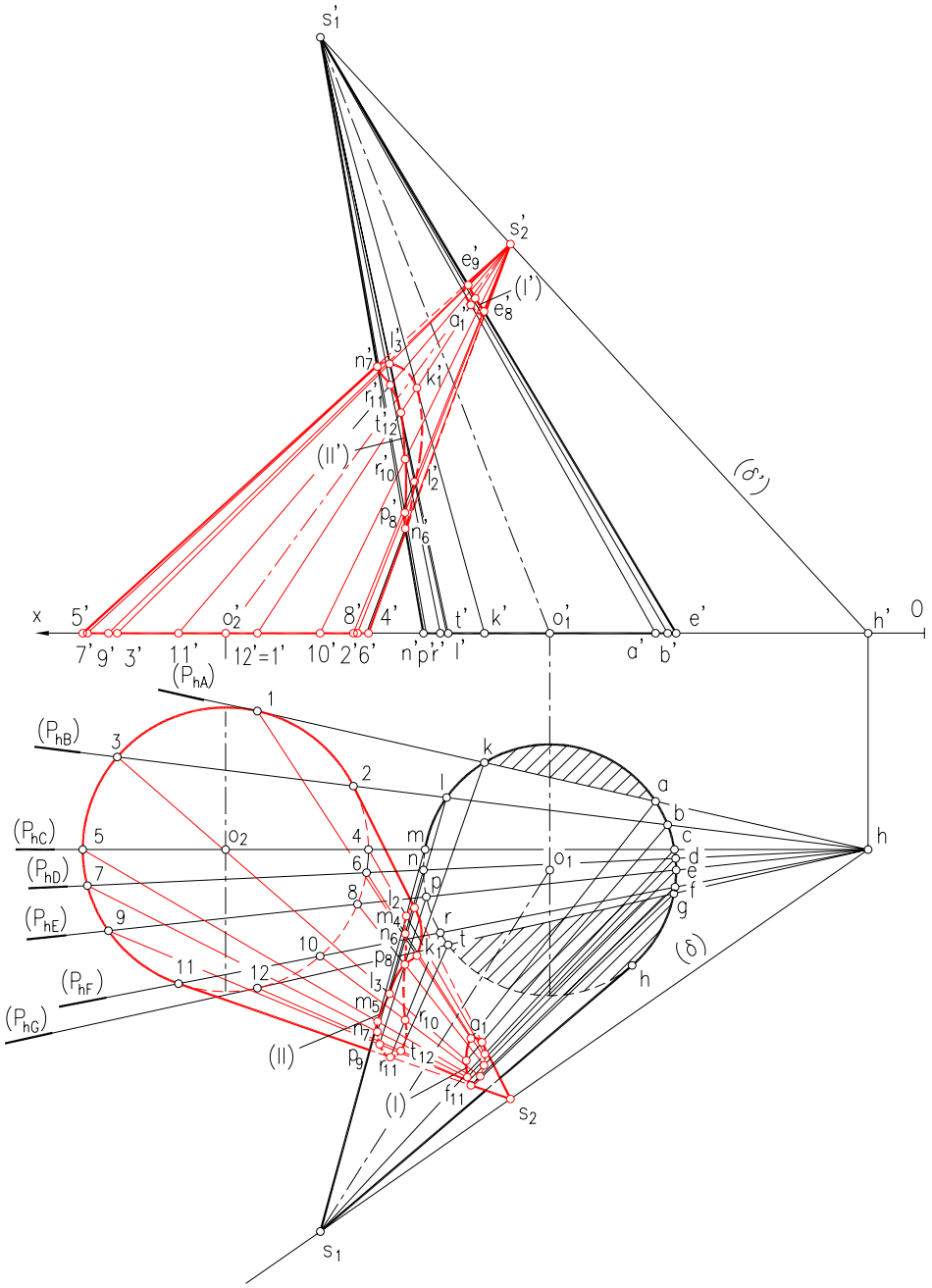


Fig.8.10

Planele auxiliare limită sunt ***[P$_A$](Ph$_A$)*** şi ***[P$_G$](Ph$_G$).*** Întrucât aceste plane determină zone interzise numai pe baza conului având centrul ***O$_1$(o$_1$, o′$_1$),*** rezultă că intersecția este o ***pătrundere*** (cu două curbe spațiale).

Punctele curente ale intersecției se obțin la intersecția generatoarelor unui con cu triunghiurile rezultate din secționarea celuilalt con.

Ordinea de unire a punctelor curbelor de intersecție, cât şi vizibilitatea acestora pe cele două plane de proiecție se poate obține şi construind diagramele desfăşuratelor convenționale ale celor două conuri.

8.3.3. Intersecția dintre un cilindru şi un con

Fie cilindrul circular oblic având centrul bazei ***O$_2$(o$_2$, o′$_2$),*** care se intersectează cu conul circular oblic având centrul bazei ***O$_1$(o$_1$, o′$_1$)*** şi vârful ***S(s, s′);*** ambele corpuri au bazele conținute în planul ***[H]*** (fig.8.11).

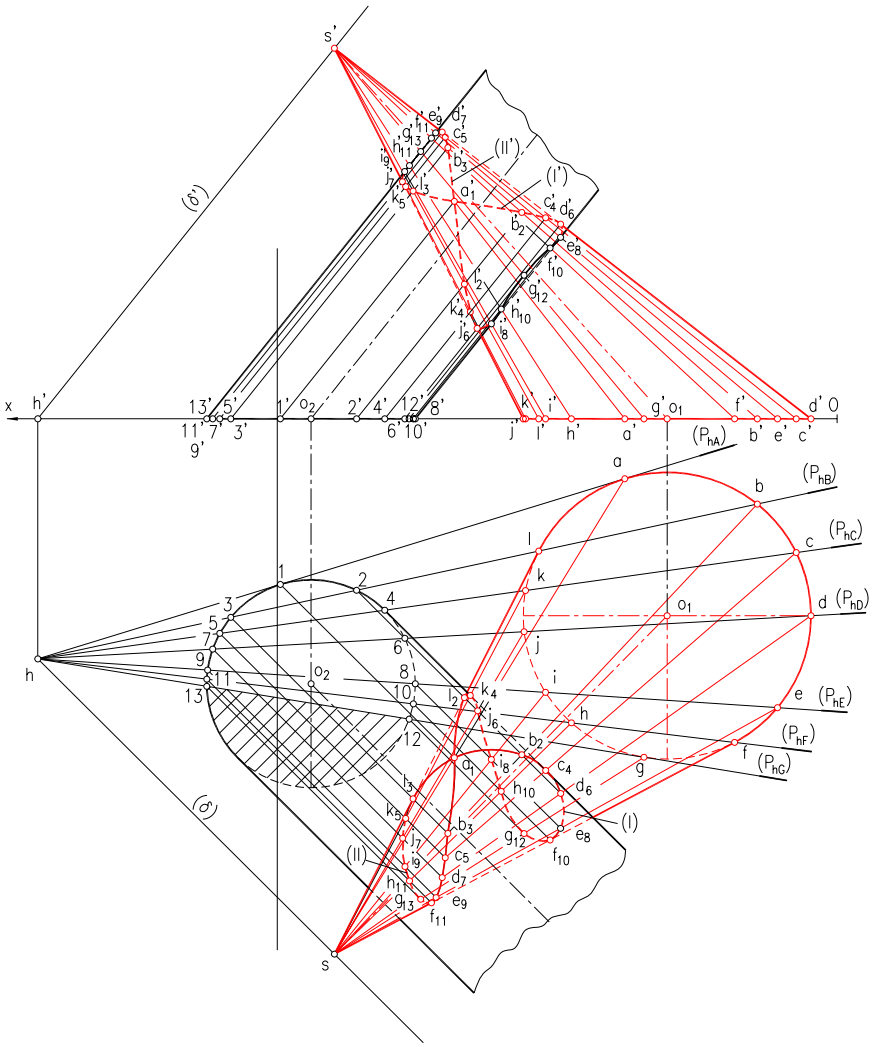


Fig.8.11

Pentru rezolvarea intersecției se utilizează plane auxiliare de secțiune care trec prin vârful ***S(s, s′)*** şi sunt paralele cu generatoarele cilindrului. Aceste plane conțin dreapta ***(D)(d, d ′)***, paralelă cu direcția generatoarelor cilindrului şi trecând prin vârful ***S(s, s′)*** al conului. Urma orizontală ***h*** a acestei drepte reprezintă ***punctul de convergență*** al urmelor orizontale ale planelor auxiliare utilizate (v. subcap8.1.2).

Prin ***h*** se trasează, mai întâi, urmele planelor limită ***(Ph_A)*** şi ***(Ph_G).*** Se observă că urma ***(Ph_A)*** este tangentă, la ambele baze ale corpurilor, iar urma ***(Ph_G)*** determină o zonă interzisă doar pe baza cilindrului. Ca urmare, intersecția este o ***pătrundere simplu-tangențială***, şi este alcătuită din două curbe spațiale care admit un punct comun. Planul limită ***[P_A](Ph_A)*** conține generatoarea de tangență la con, cât şi generatoarea de tangență la cilindru. Intersecția acestor generatoare de tangență determină punctul ***$A_1(a_1,a'_1)$*** comun celor două curbe de intersecție.

8.4. INTERSECȚIA POLIEDRELOR CU SUPRAFETE DE ROTAȚIE

8.5.1. Intersecția unei piramide cu un cilindru circular drept

Fie piramida patrulateră dreaptă ***[SABCD]*** cu baza dreptunghiul ***[ABCD]*** conținut în planul ***[H]*** de proiecție şi cilindrul circular drept cu baza de centru ***$O_1(o_1,o'_1)$*** situată în acelaşi plan ***[H]*** de proiecție (fig.8.12).

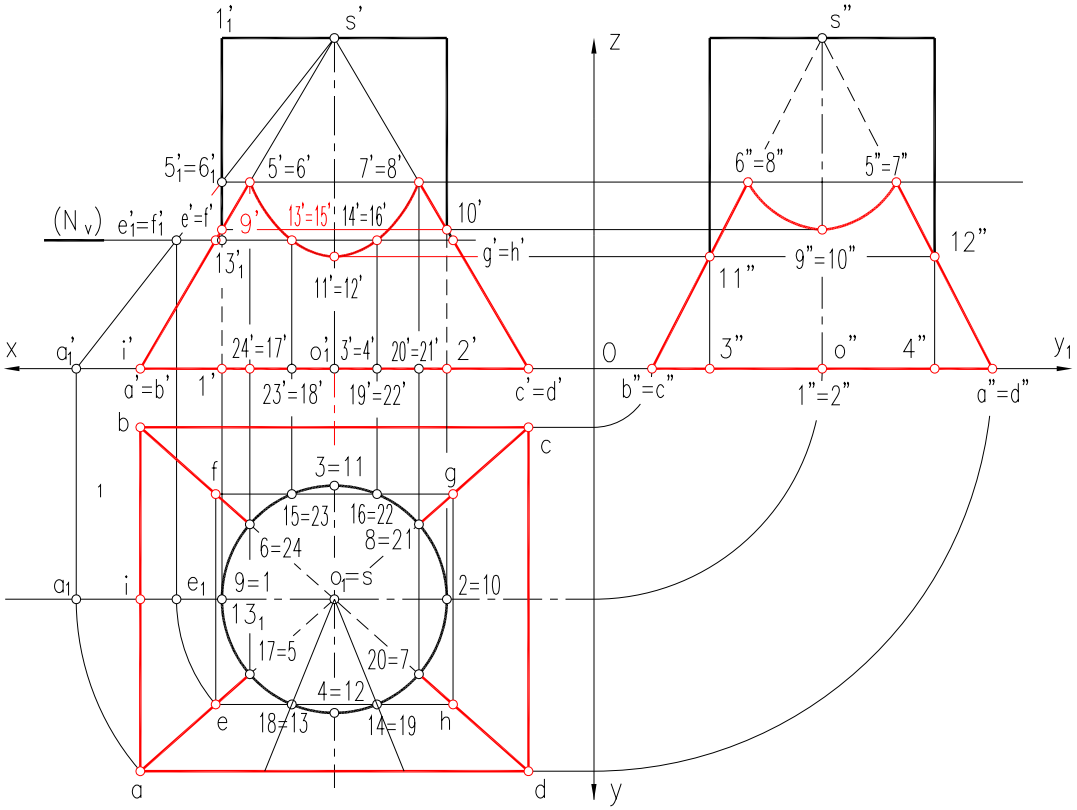


Fig.8.12

Pentru determinarea intersecției acestor corpuri se utilizează plane auxiliare de nivel.

Proiecțiile orizontale ***5***, ***6***, ***7*** şi ***8*** ale punctelor de intersecție a muchiilor piramidei cu cilindrul se obțin direct în epură (fig.8.12,b). Utilizând linii de ordine, se determină şi celelalte proiecții ale acestor puncte.

Proiecțiile verticale ***9'*** şi ***10'*** ale vârfurilor curbelor de intersecție (segmente de elipsă) a fețelor ***[SAB]*** şi ***[SCD]*** cu cilindrul şi proiecțiile laterale ***11'*** şi ***12'*** ale vârfurilor curbelor de intersecție a fețelor ***[SBC]*** şi ***[SAD]*** cu acelaşi cilindru, se determină - de asemenea - direct în epură.

Planul de nivel ***[N](N_V)*** secționează piramida după dreptunghiul ***[EFGH],*** iar cilindrul după un cerc care, în proiecție orizontală, se confundă cu baza cilindrului. Dreptunghiul şi cercul de secțiune se intersectează în punctele ***13***, ***14***, ***15***, ***16***, situate pe curba de intersecție a corpurilor considerate.

În fig.8.13 este prezentată desfăşurata suprafeței laterale a cilindrului, obținută în urma intersecției. Pe desfăşurata cilindrului se trasează transformatele genearatoarelor utilizate la construcția intersecției, aproximând lungimile arcelor de pe cercul de bază al cilindrului, cuprinse între două generatoare alăturate, prin lungimile coardelor corespunzătoare: ***arcul/1-17/ ≡/ 1_0-17_0 /,...,arcul/24-1/ ≡/24_0-1_0 /***.

Pentru construirea transformatei curbei de intersecție se transpun pe transformatele generatoarelor menționate adevărata mărime a distanțelor curbei de intersecție față de baza cilindrului: ***/1_0-9_0 /=/1'-9'/, /17_0-5_0 /=/17'-5'/,...***

Unind pe desfăşurată punctele astfel obținute, se determină transformata curbei de intersecție.

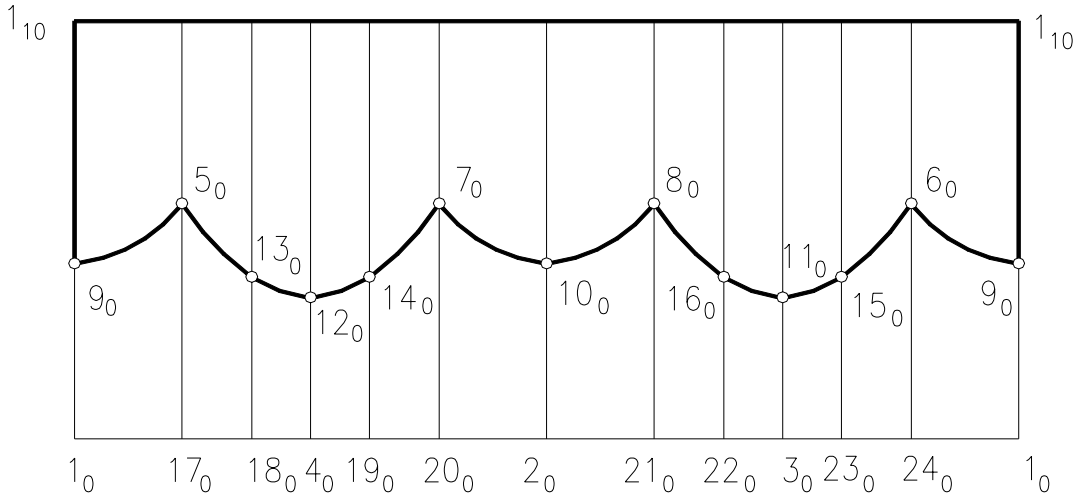


Fig.8.13

În fig.8.14 este prezentată desfăşurata suprafeţei laterale a piramidei, obţinută în urma intersecţiei.

Pentru determinarea adevăratei mărimi a muchiilor laterale, egale între ele, se roteşte muchia ***(SA)(sa,s'a')*** în jurul axei cilindrului, fiind transformată în frontala ***(SA_1)(sa_1,$s'a'_1$).***

Pe desfăşurată se construiesc transformatele dreptelor conţinute în feţele piramidei, drepte pe care sunt situate punctele curbei de intersecţie. Pe aceste transformate se transpun adevăratele mărimi ale distanţelor punctelor curbei de intersecţie faţă de vârful ***S*** al piramidei.

Pentru aflarea adevăratelor mărimi ale segmentelor ***/S-13/≡/S-14/≡/S-15/≡ ≡ /S-16/*** se foloseşte metoda rotaţiei, obţinându-se ***/S_0-13_0 /≡ /s'-13'$_1$ /.*** Distanţele celorlalte puncte ale curbei de intersecţie faţă de vărful ***S*** se proiectează în adevărată mărime pe planul ***[V]*** sau ***[L].*** Unind în desfăşurată transformatele punctelor ***5_0 , 9_0 ,...5_0*** , se obţine transformata curbei de intersecţie.

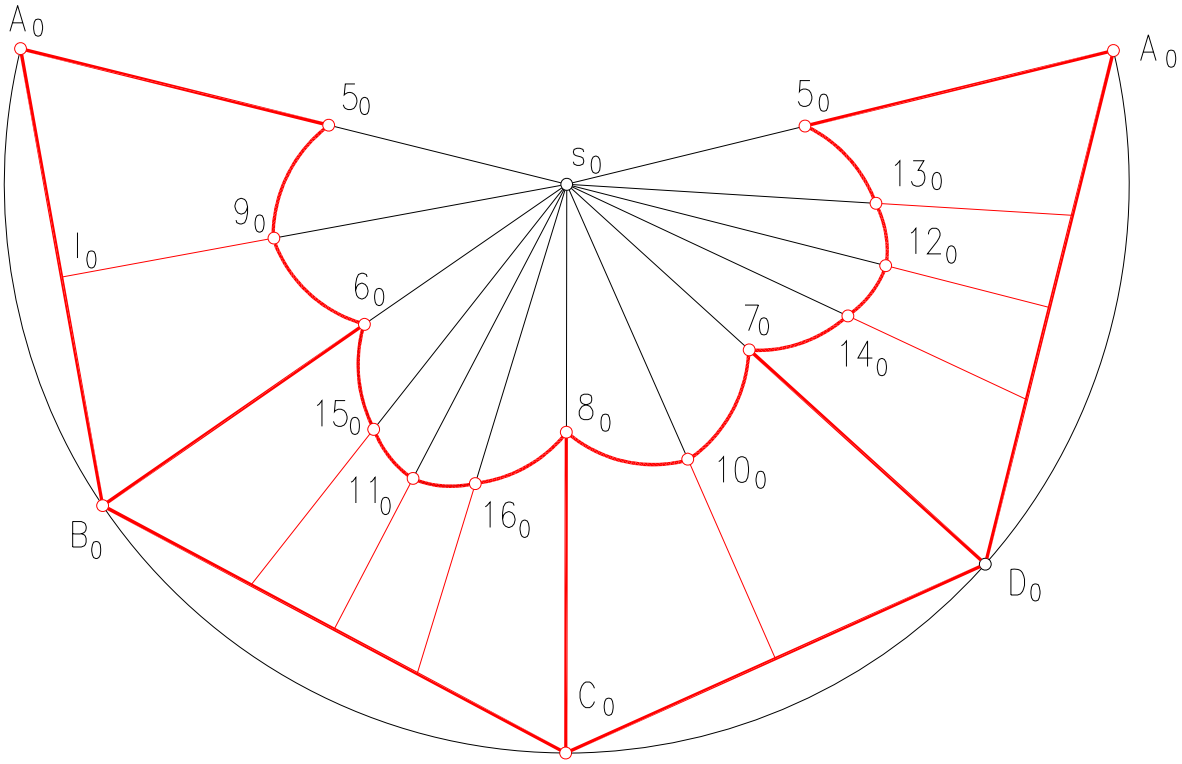


Fig.8.14

8.5. LUCRĂRI DE LABORATOR

8.5.1. Intersecția a două prisme

Enunț:

Să se determine intersecția prismelor triunghiulare ***[ABCAo....]*** şi ***[MNPMo...]*** (tabelul.8.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 8.15); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.15).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,C,Ao,M,N,Q,Mo***(tabelul 8.1) :

A(65,0,60); ***B(25,0,15)***; ***C(15,0,40)***; ***Ao(130,0,60)***;

M(120,10,0); ***N(80,40,0)***; ***Q(95,60,0)***; ***Mo(120,10,80)***;

1.5. Se reprezintă proiecțiile celor două prisme (fig 8.15);

1.6. Se observă că muchiile prismei ***[ABCAo....]*** sunt drepte verticale iar muchiile prismei ***[MNPMo...]*** sunt drepte orizontale;

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția a două prisme sunt plane care conțin muchiile prismelor şi sunt paralele cu direcțiile muchiilor acestora.In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele verticale ***[P_1],[P_2]*** şi ***[P_3]*** care conțin muchiile prismei ***[ABCAo....]*** şi sunt paralele cu muchiile verticale ale prismei ***[MNPMo...]*** ;Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare ***(Ph_1),(Ph_2)*** şi *(Ph_3)* se vor suprapune peste proiecțiile orizontale ale dreptelor orizontale reprezentând muchiile prismei ***[ABCAo....].***

1.8. Se determină tipul de intersecție în funcție de zonele interzise,în varianta rezolvată fiind o pătrundere.

1.9. Se reprezintă diagrama desfăşuratelor convenționale pentru proiecția verticală,alegându-se un sens de parcurs (pentru proiecția orizontală această diagramă nu mai este necesară,intersecția fiind evidentă).

1.10. Se stabileşte vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două prisme ,în proiecția verticală şi se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secționează prisma ***[MNPMo...]*** după paralelograme intersectate la rândul lor de proiecțiile verticale ale orizontalelor reprezentând muchiile prismei ***[ABCAo....];***Punctele rezultate ***.a'_1, b'_1, c'_1, a'_2, b'_2, c'_2,*** sunt proiecțiile verticale ale punctelor de intersecție dintre muchiile prismei ***[ABCAo....]*** cu suprafețele laterale ale prismei ***[MNPMo...].***

1.12. Se înscriu punctele ***a'_1, b'_1, c'_1*** şi ***a'_2, b'_2, c'_2*** în diagrama desfăşuratelor convenționale şi se determină vizibilitatea laturilor triunghiurilor de intersecție în funcție de vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două prisme.

1.13. Se unesc proiecțiile verticale a'_1, b'_1, c'_1 şi a'_2, b'_2, c'_2, ale punctelor de intersecție dintre muchiile prismei ***[ABCAo....]*** cu suprafețele laterale ale prismei ***[MNPMo...],***în funcție de vizibilitatea lor.

1.14 Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.15).

Tabelul 8.1

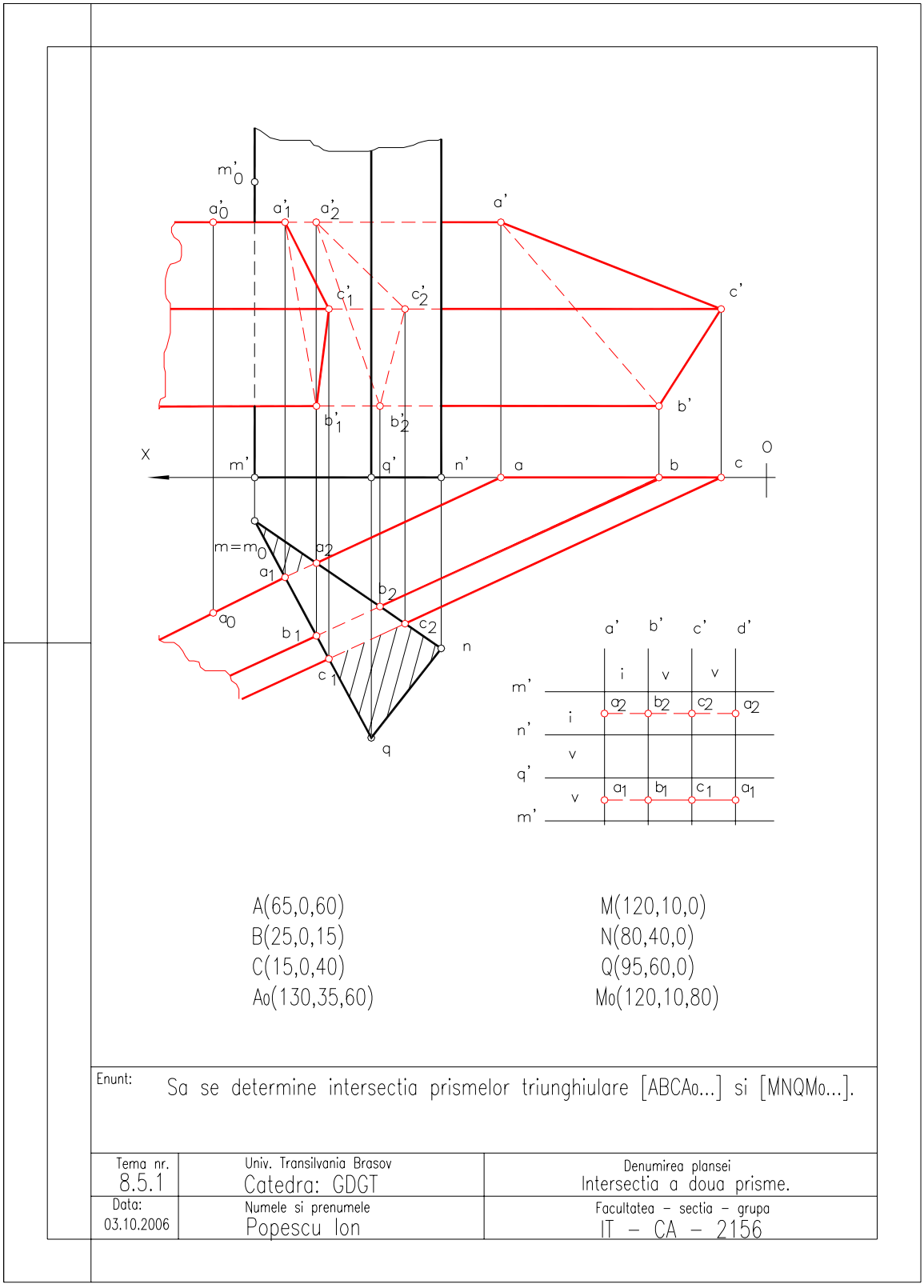
Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	130	130	130	130	130	120	120	120	120	120
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
B	x	110	110	110	110	110	100	100	100	100	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	20	10	20	10	20	10	20	10	20
C	x	150	150	150	150	150	140	140	140	140	140
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	35	45	35	45	35	45	35	45	35	45
Ao	x	10	10	10	10	10	5	5	5	5	5
	y	60	60	60	60	60	50	50	50	50	50
	z	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
M	x	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
	y	25	20	25	20	25	20	25	20	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	x	65	60	65	60	65	60	65	60	65	60
	y	10	10	10	10	10	15	15	15	15	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q	x	50	60	55	50	60	55	50	60	55	60
	y	80	85	80	85	80	85	80	85	80	85
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mo	x	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
	y	25	20	25	20	25	20	25	20	25	20
	z	70	80	70	80	70	80	70	80	70	80

Tabelul 8.1
Continuare 1

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
	y	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	50	50	50	50	50	60	60	60	60	60
	y	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10
	y	30	25	30	25	30	25	30	25	30	25
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ao	x	150	145	150	145	150	145	150	145	150	145
	y	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
	z	70	65	70	65	70	65	70	65	70	65
M	x	130	120	130	120	130	120	130	120	130	120
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	20	25	20	25	20	25	20	25	20	25
N	x	100	105	100	105	100	105	100	105	100	105
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
Q	x	75	75	75	80	80	80	75	75	75	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	60	50	60	50	60	50	60	50	60	50
Mo	x	130	120	110	130	120	110	130	120	110	130
	y	70	70	70	70	70	75	75	75	75	75
	z	20	15	20	15	20	15	20	15	20	15

Tabelul 8.1
Continuare 1

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	60	60	60	60	60	65	65	65	65	***65***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	50	55	60	65	70	50	55	60	65	***60***
B	x	20	20	20	20	20	25	25	25	25	***25***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	5	10	15	20	25	5	10	15	20	***15***
C	x	10	10	10	10	10	15	15	15	15	***15***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	30	35	40	45	50	30	35	40	45	***40***
Ao	x	125	125	125	125	125	130	130	130	130	***130***
	y	40	40	40	40	40	35	35	35	35	***35***
	z	50	55	60	65	70	50	55	60	65	***60***
M	x	115	115	115	115	115	120	120	120	120	***120***
	y	20	20	20	20	20	10	10	10	10	***10***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
N	x	70	70	70	70	70	80	80	80	80	***80***
	y	45	45	45	45	45	40	40	40	40	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
Q	x	85	85	85	85	85	95	95	95	95	***95***
	y	70	70	70	70	70	60	60	60	60	***60***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
Mo	x	115	115	115	115	115	120	120	120	120	***120***
	y	20	20	20	20	20	10	10	10	10	***10***
	z	90	90	90	90	90	80	80	80	80	***80***



A(65,0,60)
B(25,0,15)
C(15,0,40)
A0(130,35,60)

M(120,10,0)
N(80,40,0)
Q(95,60,0)
M0(120,10,80)

Enunt: Sa se determine intersectia prismelor triunghiulare [ABCA0...] si [MNQM0...].

Tema nr. 8.5.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Intersectia a doua prisme.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.8.15

8.5.2. Intersecţia unei prisme cu o piramidă

Enunţ:

Să se determine intersecţia prismei triunghiulare ***[MNPM$_1$N$_1$P.]*** cu piramida ***[SABC]*** (tabelul.8.2).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.16); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.16).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***M***, ***N***, ***P***, ***M$_1$*** şi ***S***, ***A***, ***B***, ***C*** (tabelul 8.2) :

M(105,15,0); ***N(85,30,0)***; ***P(120,40,0)***; ***M$_1$ (40,55,75);***

S(90,75,85); ***A(20,15, 0)***; ***B(15,50,0)***; ***C(60,25, 0)***;

1.5. Se reprezintă proiecţiile prismei ***[MNPM$_1$N$_1$P.]*** şi ale piramidei ***[SABC.]*** (fig 8.16);

1.6. Planele auxiliare folosite la intersecţia celor două poliedre sunt plane care trec prin vârful ***S*** al piramidei şi sunt paralele cu muchiile laterale ale prismei.

1.7. In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele ***[P$_A$]***, ***[P$_B$]***, ***[P$_C$]*** ***[***şi ***[P$_N$]*** care trec prin vârful ***S*** al piramidei şi sunt paralele cu muchiile laterale ale prismei. Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare ***(Ph$_A$)***, ***(Ph$_B$)***, ***(Ph$_c$)*** şi ***(Ph$_N$)*** trec prin proiecţiile orizontale ***a***, ***b***, ***c*** şi ***n*** ale vârfurilor celor două poliedre şi converg în proiecţia orizontală ***h*** a urmei orizontale a dreptei care trece prin vârful ***S*** al piramidei şi este paralelă cu muchiile prismei ***[MNPM$_1$N$_1$P$_1$]*** .

1.8. Se determină tipul de intersecţie în funcţie de zonele interzise,în varianta rezolvată fiind o pătrundere; se observă că muchiile /***MM$_1$***./ şi /***PP$_1$***./ nu participă la intersecţie.

1.9. Se reprezintă diagrama desfăşuratelor convenţionale pentru ambele proiecţii (verticală şi orizontală)alegându-se un sens de parcurs.

1.10. Se stabileşte vizibilitatea suprafeţelor laterale ale celor două poliedre în ambele proiecţii şi se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secţionează prisma ***[MNPM$_1$N$_1$P$_1$]*** după paralelograme intersectate la rândul lor de muchiile piramidei ***[SABC];***Punctele rezultate sunt vârfurile poligoanelor de intrare şi ieşire a piramidei din prismă**.**

1.12. Se înscriu aceste puncte (***A$_7$, N$_1$, B$_3$, N$_2$, C$_5$*** şi ***A$_8$, B$_4$, C$_6$,)*** în diagrama desfăşuratelor convenţionale şi se determină vizibilitatea laturilor poligoanelor de intersecţie în funcţie de vizibilitatea suprafeţelor laterale ale celor două poliedre.

1.13. Se unesc proiecţiile orizontale şi verticale ale punctelor de intersecţie în funcţie de vizibilitatea lor.

1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.16).

Tabelul 8.2

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	x	90	95	100	100	95	90	110	100	100	95
	y	10	25	20	20	20	10	15	20	20	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	x	70	65	75	75	60	55	60	65	65	55
	y	40	10	5	15	10	35	35	30	30	45
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P	x	55	60	65	65	55	60	65	75	75	60
	y	30	35	30	30	45	5	10	5	15	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M_1	x	140	145	140	140	140	140	145	140	140	140
	y	85	55	75	100	80	85	55	75	100	80
	z	70	85	95	95	120	70	85	95	95	120
S	x	55	60	50	50	45	55	60	50	50	45
	y	45	40	50	45	60	45	40	50	45	60
	z	65	75	70	60	80	65	75	70	60	80
A	x	140	155	145	140	145	115	130	125	120	115
	y	20	40	40	40	35	15	10	20	20	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	115	130	125	120	115	140	155	145	140	145
	y	15	10	20	20	10	20	40	40	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	110	115	110	105	90	110	115	110	105	90
	y	65	60	70	70	75	65	60	70	70	75
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelul 8.2
continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M	x	55	35	55	35	55	35	55	35	55	35
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	20	15	20	15	20	15	20	15	15	15
N	x	70	65	60	55	70	65	60	55	65	55
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	30	35	30	35	30	35	30	30	35	35
P	x	35	30	25	20	35	30	25	20	35	20
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
M_1	x	110	100	110	115	110	105	100	105	100	100
	y	70	75	70	75	70	75	70	75	75	75
	z	60	55	65	50	60	50	55	60	55	55
S	x	60	55	50	60	55	50	60	55	50	50
	y	90	85	90	85	90	85	90	85	85	85
	z	75	80	75	80	75	80	75	80	75	75
A	x	110	115	120	110	115	120	110	115	120	120
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	15	10	15	10	15	10	10	15	15
B	x	135	130	125	135	130	125	135	130	115	125
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	45	55	45	50	50	45	50	50
C	x	75	80	85	75	80	85	75	85	80	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	25	20	25	25	25	20	25	25	20	25

Tabelul 8.2
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
M	x	85	105	85	105	85	105	85	105	85	***105***
	y	20	15	20	15	20	15	20	15	15	***15***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
N	x	70	75	80	85	70	75	80	85	75	***85***
	y	30	35	30	35	30	35	30	30	35	***35***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
P	x	105	110	115	120	105	110	115	120	105	***120***
	y	40	40	40	40	40	40	40	40	40	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
M_1	x	30	40	30	25	30	35	40	35	40	***40***
	y	60	55	65	50	60	50	55	60	55	***55***
	z	70	75	70	75	70	75	70	75	75	***75***
S	x	80	85	90	80	85	90	80	85	90	***90***
	y	75	80	75	80	75	80	75	80	75	***75***
	z	90	85	90	85	90	85	90	85	85	***85***
A	x	30	25	20	30	25	20	30	25	20	***20***
	y	10	15	10	15	10	15	10	10	15	***15***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
B	x	5	10	15	5	10	15	5	10	5	***15***
	y	55	50	45	55	45	50	50	45	50	***50***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
C	x	65	60	55	65	60	55	65	55	60	***60***
	y	25	20	25	25	25	20	25	25	20	***25***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***

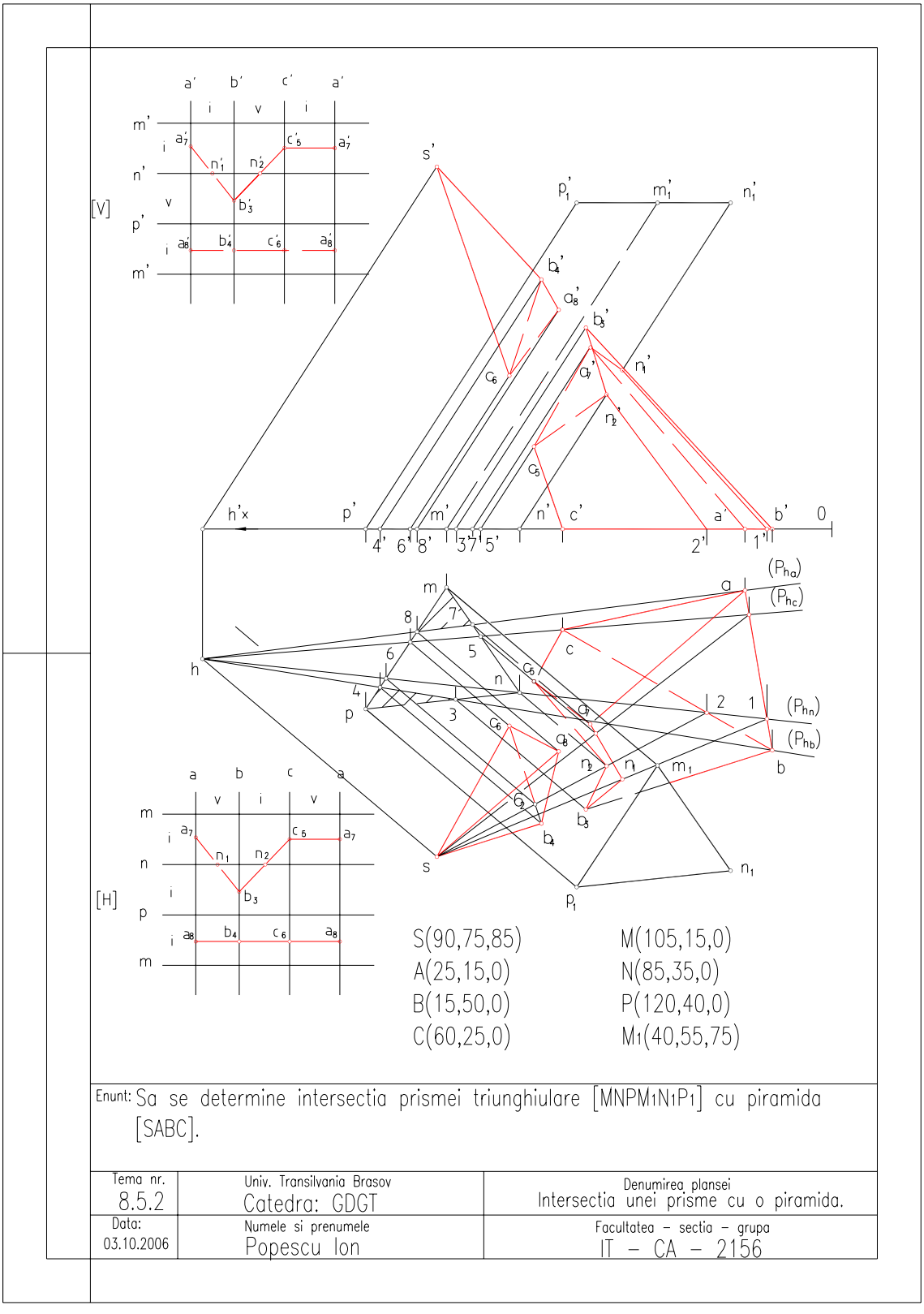

[V]
[H]
S(90,75,85)
A(25,15,0)
B(15,50,0)
C(60,25,0)
M(105,15,0)
N(85,35,0)
P(120,40,0)
M1(40,55,75)
Enunt: Sa se determine intersectia prismei triunghiulare [MNPM1N1P1] cu piramida [SABC].
Tema nr. 8.5.2
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Intersectia unei prisme cu o piramida.
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea - sectia - grupa
IT - CA - 2156

Fig.8.16

8.5.3. Intersecția a doi cilindri circulari drepți.

Enunț: :

Să se determine intersecția cilindrilor circulari drepți $\mathscr{C}_1(O_1,R_1)$ şi $\mathscr{C}_2(O_2,R_2)$ cu axele perpendiculare şi concurente in punctul ***C*** şi bazele în planele de proiecție; Înălțimile cilindrilor sunt H_1 şi H_2 (tabelul.8.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 8.17); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.17).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 şi O_2 , valorile razelor R_1,R_2 şi a înălțimilor H_1 , H_2 :

$O_1(45,0,45)$; $O_2(0,30,45)$; $R_1=20;R_2=15$; $H_1=60$; $H_2=80$;

1.5. Se precizează planele de proiecție în care se află bazele celor doi cilindri : $\mathscr{C}_1 \in [V]$ şi $\mathscr{C}_2 \in [L]$

1.6. Se observă că generatoarele cilindrului $\mathscr{C}_1$ sunt drepte de capăt iar generatoarele cilindrului $\mathscr{C}_2$ sunt drepte fronto- orizontale;

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția celor doi cilindri sunt plane paralele cu planul format de axele lor.In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele de nivel $[N_1]$,$[N_2]$ şi $[N_3]$

Planul $[N_1]$este tangent la cilindrul $\mathscr{C}_2$ după generatoarea ***(12)***şi secționează cilindrul $\mathscr{C}_1$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/1'2'/$.;Punctele comune tangentei şi dreptunghiului vor ***1*** şi ***2***.

Planul $[N_2]$ secționează cilindrul $\mathscr{C}_1$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/3'5'/$.şi cilindrul $\mathscr{C}_2$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/3''4''/$.;Punctele comune celor două dreptunghiului vor ***3,4*** şi ***5,6.***

Planul $[N_3]$ secționează cilindrul $\mathscr{C}_1$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/7'9'/$.şi cilindrul $\mathscr{C}_2$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/7''8''/$; Punctele comune celor două dreptunghiului vor ***7,8***şi ***9,10.***

1.8. Curbele rezultate din intersectarea celor doi cilindri se obțin prin unirea proiecțiilor de acelaşi fel ale punctelor comune..

Proiecțiile orizontale ale acestor curbe se obțin prin unirea proiecțiilor orizontale ale punctelor ***7, 3, 1, 4, 8*** respectiv ***9, 5, 2, 6, 10.*** iar proiecțiile lor verticale şi laterale ale curbelor se vor suprapune peste conturul aparent al bazelor celor doi cilindri.

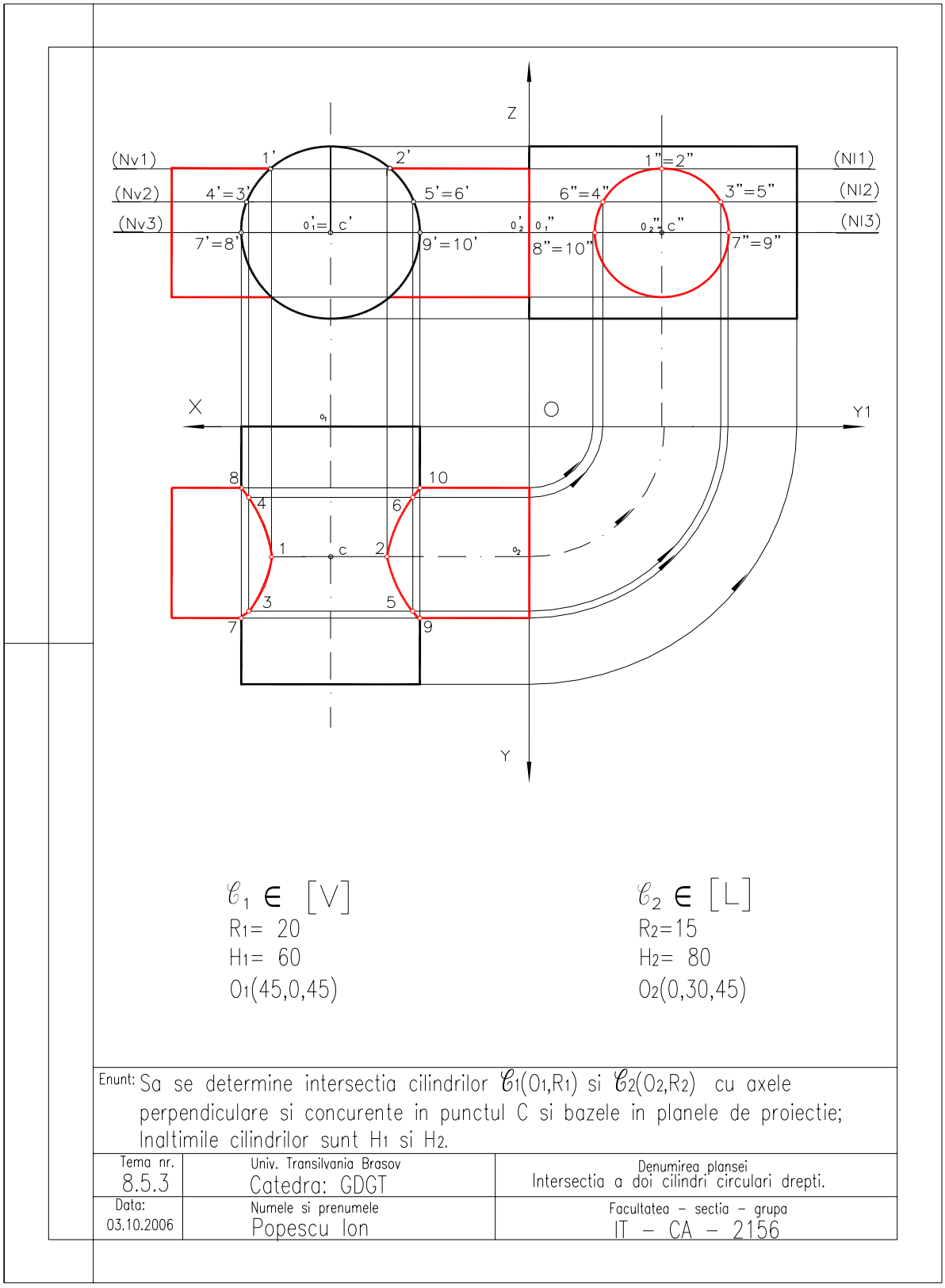
1.9. Se stabileşte vizibilitatea celor doi cilindri.
1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.17).

Tabelul 8.3

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O_1	x	30	35	40	45	50	40	55	50	45	40
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_1$	$\in$	[H]									
R_1	=	15					20				
H_1	=	80									
O_2	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	25	35	30	35	30	40	25	30	35	40
$\mathscr{C}_2$	$\in$	[L]									
R_2	=	20					15				
H_2	=	75									

Tabelul 8.3 continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O_1	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	40	35	30	30	35	40	45	50
$\mathscr{C}_1$	$\in$	[V]									
R_1	=	15					20				
H_1	=	75									
O_2	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	30	35	25	35	30	25	30	35	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_2$	$\in$	[H]									
R_2	=	20					15				
H_2	=	80									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
O_1	x	35	40	45	50	35	55	50	45	40	***45***
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	z	45	40	40	35	45	40	35	30	25	***45***
$\mathscr{C}_1$	$\in$	***[V]***									
R_1	=	15					***20***				
H_1	=	***60***									
O_2	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	35	35	30	25	30	35	30	25	35	***30***
	z	45	40	40	35	45	40	35	30	25	***45***
$\mathscr{C}_2$	$\in$	***[L]***									
R_2	=	20					***15***				
H_2							***80***				



$\mathscr{C}_1 \in [V]$
$R_1 = 20$
$H_1 = 60$
$O_1(45,0,45)$

$\mathscr{C}_2 \in [L]$
$R_2 = 15$
$H_2 = 80$
$O_2(0,30,45)$

Enunt: Sa se determine intersectia cilindrilor $\mathscr{C}_1(O_1,R_1)$ si $\mathscr{C}_2(O_2,R_2)$ cu axele perpendiculare si concurente in punctul C si bazele in planele de proiectie; Inaltimile cilindrilor sunt H_1 si H_2.

Tema nr. 8.5.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Intersectia a doi cilindri circulari drepti.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig. 8.17

8.6. TEME

8.6.1. Intersecţia a două piramide

Enunţ:

Să se determine intersecţia piramidelor triunghiulare ***[ABCT]*** şi ***[DEFS]*** (tabelul.8.4).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.18); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.18).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,C,T,D,E,F,S***(tabelul 8.4) :

A(5,60,0); ***B(35,90,0)***; ***C(50,75,0)***; ***T (85,30,35)***;

D(100,55,0); ***E(105,85, 0)***; ***F(60,65,0)***; ***S(40,10, 65)***;

1.5. Se reprezintă proiecţiile piramidei ***[ABCT]*** şi ale piramidei ***[DEFS]*** (fig 8.18);

1.6. Planele auxiliare folosite la intersecţia celor două poliedre sunt plane care trec prin vârfurile ***S*** şi ***T*** ale celor două piramide.

1.7. In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele $[P_A]$, $[P_B]$ $[P_C]$şi $[P_N]$ care trec prin vârfurile ***S*** şi ***T*** ale celor două piramide .

Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare (Ph_a), (Ph_f), (Ph_c) şi (Ph_b) trec prin proiecţiile orizontale ***a, f, c*** şi ***b*** ale vârfurilor celor două piramide şi converg în proiecţia orizontală ***h*** a urmei orizontale a dreptei care trece prin vârfurile ***S*** şi ***T*** ale celor două piramide

1.8. Se determină tipul de intersecţie în funcţie de zonele interzise,în varianta rezolvată fiind o pătrundere;se observă că muchiile /***SD***/ şi /***SE***/ nu participă la intersecţie.

1.9. Se reprezintă diagrama desfăşuratelor convenţionale pentru ambele proiecţii (verticală şi orizontală) alegându-se un sens de parcurs.

1.10. Se stabileşte vizibilitatea suprafeţelor laterale ale celor două piramide în ambele proiecţii şi se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secţionează piramidele după triunghiuri care la rândul lor se intersectează cu muchiile corespunzătoare ale celeilalte piramide; punctele rezultate sunt vârfurile poligoanelor de intrare şi ieşire a piramidei din prismă.

1.12. Se înscriu aceste puncte (A_{10}, F_1, B_3, C_4, F_2şi A_9, B_6, C_7,) în diagramele desfăşuratelor convenţionale şi se determină vizibilitatea laturilor poligoanelor de intersecţie în funcţie de vizibilitatea suprafeţelor laterale ale celor două piramide.

1.13. Se unesc proiecţiile orizontale şi verticale ale punctelor de intersecţie în funcţie de vizibilitatea lor.

1.14 Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.18).

Tabelul 8.4

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	y	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
	y	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
	y	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	x	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
D	x	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
	y	60	45	40	60	45	40	60	45	40	55
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	x	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105
	y	90	75	70	90	75	70	90	75	70	90
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	x	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
	y	70	55	50	70	55	50	70	55	50	70
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	x	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
	y	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	z	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65

Tabelul 8.2
continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
	y	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105
	y	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
	y	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	x	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
	y	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	z	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
D	x	10	15	20	10	15	20	10	15	20	5
	y	65	65	65	65	65	60	60	60	60	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	x	40	45	50	40	45	50	40	45	50	35
	y	95	95	95	95	95	90	90	90	90	90
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	x	55	60	65	55	60	65	55	60	65	50
	y	80	80	80	80	80	75	75	75	75	75
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	x	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35

Tabelul 8.2
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	10	15	20	10	15	20	10	15	20	***5***
	y	65	65	65	65	65	60	60	60	60	***60***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
B	x	40	45	50	40	45	50	40	45	50	***35***
	y	95	95	95	95	95	90	90	90	90	***90***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
C	x	55	60	65	55	60	65	55	60	65	***50***
	y	80	80	80	80	80	75	75	75	75	***75***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
T	x	85	85	85	85	85	85	85	85	85	***85***
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	***30***
	z	35	35	35	35	35	35	35	35	35	***35***
D	x	100	100	100	100	100	100	100	100	100	***100***
	y	55	55	55	55	55	55	55	55	55	***55***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
E	x	105	105	105	105	105	105	105	105	105	***105***
	y	85	85	85	85	85	85	85	85	85	***85***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
F	x	60	60	60	60	60	60	60	60	60	***60***
	y	65	65	65	65	65	65	65	65	65	***65***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
S	x	40	40	40	40	40	40	40	40	40	***40***
	y	10	10	10	10	10	10	10	10	10	***10***
	z	65	65	65	65	65	65	65	65	65	***65***

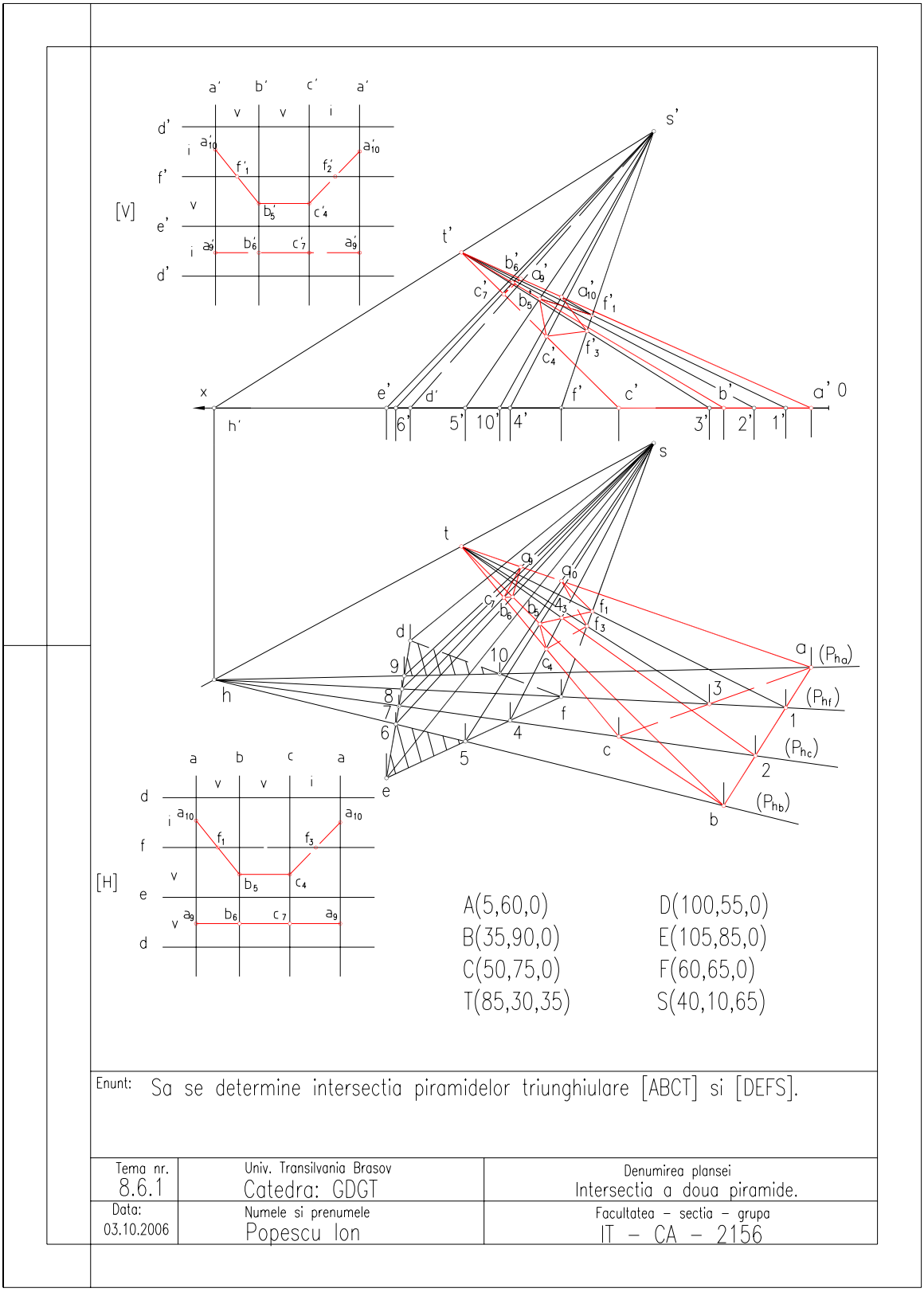

[V]
[H]
A(5,60,0)
B(35,90,0)
C(50,75,0)
T(85,30,35)
D(100,55,0)
E(105,85,0)
F(60,65,0)
S(40,10,65)
Enunt: Sa se determine intersectia piramidelor triunghiulare [ABCT] si [DEFS].
Tema nr. 8.6.1
Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT
Denumirea plansei
Intersectia a doua piramide.
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele
Popescu Ion
Facultatea – sectia – grupa
IT – CA – 2156

Fig. 8.18

8.6.2. Intersecția unui cilindru cu un con

Enunț:

Să se determine intersecția dintre un con circular drept $\mathscr{C}_1(O_1,R_1)$ şi un cilindru circular drept $\mathscr{C}_2(O_2,R_2)$; înălțimea conului este H_1 şi a cilindrului H_2 (tabelul.8.5).

Indicații :

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.19); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.19).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 şi O_2 , valorile razelor R_1,R_2 şi a înălțimilor H_1 , H_2 :

$O_1(35,40,0)$; $O_2(0,40,20)$; $R_1=30$;$R_2=15$; $H_1=55$; $H_2=70$;

1.5. Se precizează planele de proiecție în care se află bazele conului şi cilindrului : $\mathscr{C}_1 \in [H]$ şi $\mathscr{C}_2 \in [L]$

1.6. Se observă că generatoarele cilindrului $\mathscr{C}_1$ sunt drepte fronto- orizontale iar înălțimea conului $\mathscr{C}_2$ este o dreaptă verticală.

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția conului cu cilindrul sunt plane de nivel $[N_1]$,$[N_2]$,$[N_3]$,$[N_4]$ şi $[N_5]$ care intersectează cilindrul după dreptunghiuri şi conul după cercuri.

Planul $[N_1]$este tangent la cilindrul $\mathscr{C}_2$ după generatoarea ce trece prin punctul ***1*** şi secționează conul $\mathscr{C}_1$ după un cerc cu raza /***s1***/;punctele comune tangentei şi cercului vor ***1*** şi simetrul lui față de axa de rotație a conului /SO_1/**.**

Planul $[N_2]$ secționează cilindrul $\mathscr{C}_2$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului /$2_1''\,2_2''$/**.şi** conul $\mathscr{C}_1$ după un cerc cu raza /$s2_1$/ ;punctele comune vor fi: $2_1,2_2$ şi simetricele lor față de axa de rotație a conului /SO_1/.

Planul $[N_3]$ secționează cilindrul $\mathscr{C}_2$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului /$3_1''\,3_2''$/**.şi** conul $\mathscr{C}_1$ după un cerc cu raza /$s3_1$/ ;punctele comune vor fi: $3_1,3_2$ şi simetricele lor față de axa de rotație a conului /SO_1/

Planul $[N_4]$ secționează cilindrul $\mathscr{C}_2$ după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului /$4_1''\,4_2''$/**.şi** conul $\mathscr{C}_1$ după un cerc cu raza /$s4_1$/ ;punctele comune vor fi: $4_1,4_2$ şi simetricele lor față de axa de rotație a conului /SO_1/

Planul $[N_5]$este tangent la cilindrul $\mathscr{C}_2$ după generatoarea ce trece prin punctul ***5*** şi secționează conul $\mathscr{C}_1$ după un cerc cu raza /***s5***/;punctele comune tangentei şi cercului vor ***5*** şi simetrul lui față de axa de rotație a conului /SO_1/**.**

1.8. Curbele rezultate din intersecția conului cu cilindrul se obțin prin unirea proiecțiilor de acelaşi fel ale punctelor comune..

Proiecțiile laterale ale acestor curbe se vor suprapune peste conturul aparent al bazei cilindrului.

1.9. Se stabileşte vizibilitatea intersecției.

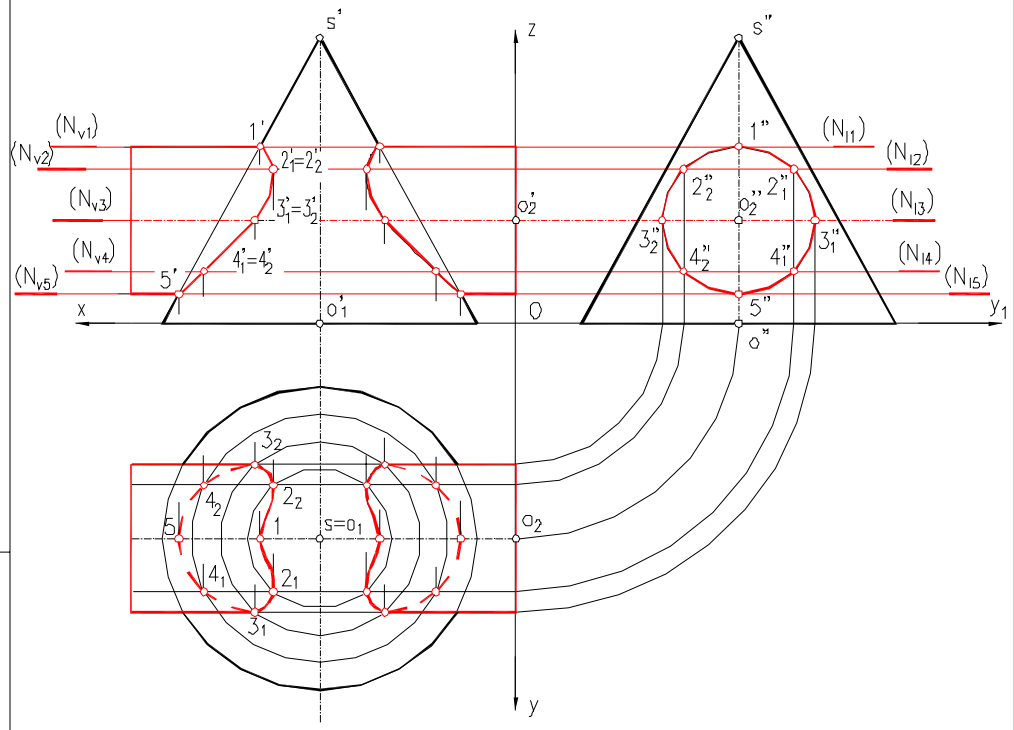
1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.19).

Tabelul 8.5

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O_1	x	30	35	40	45	50	40	55	50	45	40
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_1$	$\in$	[H]									
R_1	=	15					20				
H_1	=	80									
O_2	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	25	35	30	35	30	40	25	30	35	40
$\mathscr{C}_2$	$\in$	[L]									
R_2	=	20					15				
H_2	=	75									

Tabelul 8.5 continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O_1	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	40	35	30	30	35	40	45	50
$\mathscr{C}_1$	$\in$	[V]									
R_1	=	15					20				
H_1	=	75									
O_2	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	30	35	25	35	30	25	30	35	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_2$	$\in$	[H]									
R_2	=	20					15				
H_2	=	80									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
O_1	x	40	35	30	40	35	30	40	35	30	***35***
	y	35	30	35	30	35	35	30	25	35	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
$\mathscr{C}_1$	$\in$	***[H]***									
R_1	=	30					***25***				
H_1	=	***55***									
O_2	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	35	30	35	30	35	35	30	25	35	***40***
	z	25	40	40	35	45	40	35	30	25	***20***
$\mathscr{C}_2$	$\in$	***[L]***									
R_2	=	12					***10***				
H_2	=	***70***									



$O_1(35,40,0)$
$R_1=30$ mm
$H_1=55$ mm
$\mathscr{C}_1 \in [H]$

$O_2(0,40,20)$
$R_2=10$ mm
$H_2=70$ mm
$\mathscr{C}_2 \in [L]$

Enunț: Să se determine intersecția dintre un con circular drept $\mathscr{C}_1(O_1,R_1)$ și un cilindru circular drept $\mathscr{C}_2(O_2,R_2)$; înălțimea conului este H_1 și a cilindrului este H_2.

Tema nr. 8.6.2	Univ. Transilvania Brașov Catedra: GDCT	Denumirea planșei Intersecția unui cilindru cu un con.
Data: 03.10.2006	Numele și prenumele Popescu Ion	Facultatea - secția - grupa IT – CA – 2156

Fig. 8.19

8.6.3. Intersecţia a două prisme

Enunţ:

Să se determine intersecţia prismelor drepte ***[ABCDA$_o$....]*** şi ***[MNPQM$_o$...]*** cu bazele în planele de proiecţie.Înălţimile prismelor ***H1=H2=8o mm*** (tabelul.8.6).

Indicaţii:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.20); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.20).

1.3. Se completează enunţul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor ***A,B,C,D,M,N,P,Q***(tabelul 8.6) :

A(55,40,0); ***B(35,40,0)***; ***C(25,20,0)***; ***D(65,20,0)***;

M(0,10,70); ***N(0,10,30)***; ***P(0,30,40)***;***Q(0,30,60)***;

1.5. Se reprezintă proiecţiile celor două prisme (fig 8.20);

1.6. Se observă că muchiile prismei ***[ABCDA$_o$....]*** sunt drepte verticale iar muchiile prismei ***[MNPQM$_o$..]*** sunt drepte fronto-orizontale;

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecţia a două prisme sunt plane care conţin muchiile prismelor şi sunt paralele cu direcţiile muchiilor acestora.In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele frontale ***[F$_1$]***şi ***[F$_2$]*** care conţin muchiile prismei ***[ABCDA$_o$...]*** şi sunt paralele cu muchiile prismei ***[MNPQM$_o$...]***;Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare ***(Fh$_1$)*** şi ***(Fh$_2$)*** se vor suprapune peste proiecţiile orizontale ale verticalelor prismei ***[ABC A$_1$....]***ce trec prin vârfurile ***C*** , ***D*** şi ***A***,***B.***

1.8. Se determină tipul de intersecţie în funcţie de zonele interzise,în varianta rezolvată fiind o rupere.

1.9. Se reprezintă diagrama desfăşuratelor convenţionale pentru proiecţia verticală,alegându-se un sens de parcurs (pentru proiecţia orizontală această diagramă nu mai este necesară,intersecţia fiind evidentă).

1.10. Se stabileşte vizibilitatea suprafeţelor laterale ale celor două prisme ,în proiecţia verticală şi se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secţionează prisma ***[MNPQM$_o$...]***după dreptunghiuri intersectate la rândul lor de proiecţiile verticale ale verticalelor reprezentând muchiile prismei ***[ABC A$_o$....]***; Punctele rezultate : ***c′$_1$***, ***p′$_1$***, ***q′$_1$***, ***c′$_2$*** şi ***d′$_1$***, ***p′$_2$***, q′$_2$, ***d′$_2$***, sunt proiecţiile verticale ale punctelor de intersecţie dintre muchiile prismei ***[ABC A$_o$....]*** cu suprafeţele laterale ale prismei ***[MNPM$_o$...].***

1.12. Se înscriu punctele ***c′$_1$***, ***p′$_1$***, ***q′$_1$***, ***c′$_2$*** şi ***d′$_1$***, ***p′$_2$***, q′$_2$, ***d′$_2$***, în diagrama desfăşuratelor convenţionale şi se determină vizibilitatea muchiilor rezultate în funcţie de vizibilitatea suprafeţelor laterale ale celor două prisme.

1.13. Se unesc proiecţiile verticale ***c′$_1$***, ***p′$_1$***, ***q′$_1$***, ***c′$_2$*** şi ***d′$_1$***, ***p′$_2$***, q′$_2$, ***d′$_2$***, ale punctelor de intersecţie dintre muchiile celor două prisme.

1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.20).

Tabelul 8.6

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	50	55	50	50	55	50	50	55	50	55
	y	40	50	50	40	50	50	40	50	50	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	35	35	25	35	35	25	35	35	25	35
	y	40	50	50	40	50	50	40	50	50	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	20	20	10	20	20	10	20	20	10	20
	y	15	20	25	15	20	25	15	20	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	x	65	70	65	65	70	65	65	70	65	70
	y	15	20	25	15	20	25	15	20	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	60	65	70	75	60	65	70	75	60	65
N	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	10	15	20	25	10	15	20	25	10	15
P	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	30	35	40	40	25	30	35	40	25	30
Q	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	50	55	60	35	40	45	50	55	40	45

Tabelul 8.6
continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	50	50	55	50	55	50	55	50	50	55
	y	50	40	50	50	50	40	50	50	40	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	25	35	35	25	35	35	35	25	35	35
	y	50	40	50	50	50	40	50	50	40	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	10	20	20	10	20	20	20	10	20	20
	y	25	15	20	25	20	15	20	25	15	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	x	65	65	70	65	70	65	70	65	65	70
	y	25	15	20	25	20	15	20	25	15	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	60	65	70	75	60	65	70	75	60	65
N	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	10	15	20	25	10	15	20	25	10	15
P	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	30	35	40	40	25	30	35	40	25	30
Q	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	50	55	60	35	40	45	50	55	40	45

Tabelul 8.6
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
A	x	50	55	50	55	50	55	50	55	50	***55***
	y	35	40	35	40	35	40	35	40	35	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
B	x	30	35	30	35	30	35	30	35	30	***35***
	y	35	40	35	40	35	40	35	40	35	***40***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
C	x	20	25	20	25	20	25	20	25	20	***25***
	y	15	20	15	20	15	20	15	20	15	***20***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
D	x	60	65	60	65	60	65	60	65	60	***65***
	y	15	20	15	20	15	20	15	20	15	***20***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
M	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	10	5	10	5	10	5	10	5	10	***10***
	z	70	70	70	70	70	70	70	70	70	***70***
N	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	10	5	10	5	10	5	10	5	10	***10***
	z	30	30	30	30	30	30	30	30	30	***30***
P	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	20	25	20	25	20	25	20	25	20	***30***
	z	40	40	40	40	40	40	40	40	40	***40***
Q	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***0***
	y	20	25	20	25	20	25	20	25	20	***30***
	z	60	60	60	60	60	60	60	60	60	***60***

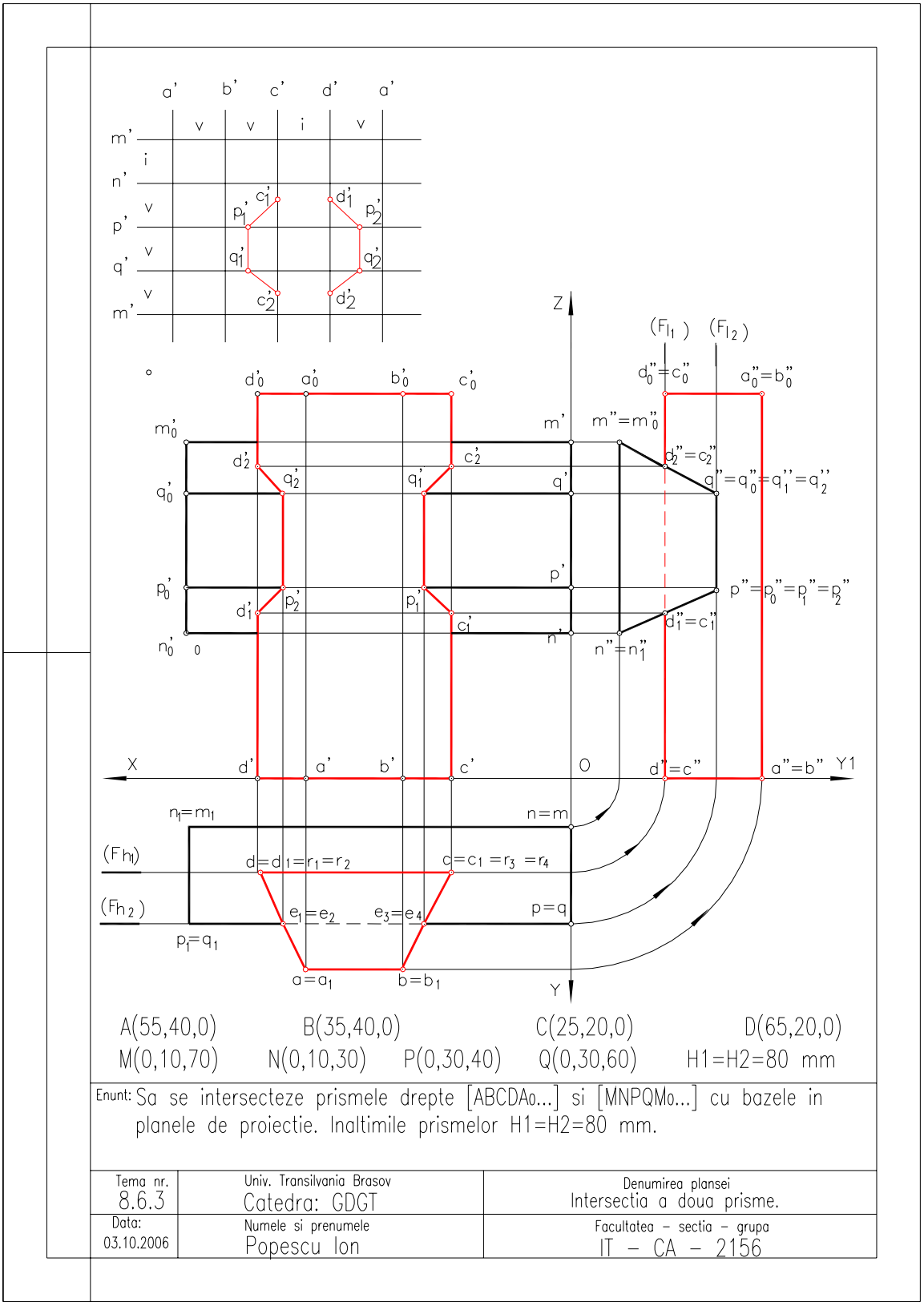

A(55,40,0) B(35,40,0) C(25,20,0) D(65,20,0)
M(0,10,70) N(0,10,30) P(0,30,40) Q(0,30,60) H1=H2=80 mm
Enunt: Sa se intersecteze prismele drepte [ABCDA0...] si [MNPQM0...] cu bazele in planele de proiectie. Inaltimile prismelor H1=H2=80 mm.
Tema nr. 8.6.3
Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT
Denumirea plansei Intersectia a doua prisme.
Data: 03.10.2006
Numele si prenumele Popescu Ion
Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.8.20

8.6.4. Intersectia unei prisme cu un con

Enunț:

Să se determine intersecția dintre prisma hexagonală dreaptă cu baza ***[ABCDEF]*** înscrisă într-un cerc $\mathscr{C}_1(O_1, R_1)$ şi un con circular drept cu baza un cerc $\mathscr{C}_2(O_2, R_2) \in [N_4]$; înălțimea prismei este H_1 şi a conului $/SO_2/$ (tabelul.8.7).

Indicații :

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.21); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.21).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 şi O_2 , valorile razelor R_1, R_2 , a înălțimilor H_1, $/SO_2/$ şi a cotei z_{N4}.

$O_1(45,35,0)$; $O_2(45,35,18)$; $R_1=25$; $R_2=35$; $H_1=45$; $/SO_2/=20$; $z_{N4}=18$

1.5. Se precizează planele de proiecție în care se află bazele conului şi cilindrului : $\mathscr{C}_1 \in [H]$ şi $\mathscr{C}_2 \in [N_4]$

1.6. Se reprezintă prisma hexagonală dreaptă cu baza ***[ABCDEF]*** înscrisă în cercul $\mathscr{C}_1(O_1, R_1)$ şi conul circular drept cu baza în cercul $\mathscr{C}_2(O_2, R_2) \in [N_4]$;

1.7. Se observă că muchiile prismei hexagonale sunt drepte verticale şi înălțimea conului $/SO_2/$ este tot o dreaptă verticală.

1.8. Planele auxiliare folosite la intersecția prismei hexagonale dreapte cu un con circular drept sunt plane de nivel $[N_1]$,$[N_2]$ şi $[N_3]$ care intersectează prisma după hexagoane (care se suprapun în proiecția orizontală peste conturul aparent al prismei) şi conul, după cercuri.

Planul $[N_1]$ are cota punctelor situate la intersecția (din proiecția laterală) conturului conului cu muchiile verticale ale prismei hexagonale; punctele comune rezultate prin secționarea prismei şi conului vor fi punctele de tangență dintre (în proiecția orizontală) hexagon şi cercul înscris în el: ***h,l,.....***

Planul $[N_3]$ are cota punctelor situate la intersecția (din proiecția verticală) conturului conului cu muchiile verticale ale prismei hexagonale; punctele comune rezultate prin secționarea prismei şi conului vor fi punctele de tangență dintre (în proiecția orizontală) hexagon şi cercul circumscris acestuia:***a, b, c, d, e, f.***

Planul $[N_2]$ având cota situată între cotele planelor $[N_1]$ şi $[N_3]$ va secționa conul după cercul $\mathscr{C}_3 \in [N_2]$ şi prisma hexagonală după un hexagon (suprapus peste proiecția orizontală a prismei);punctele comune rezultate vor fi situate la intersecția cercului $\mathscr{C}_3$ cu hexagonul :***g,i,j.....***

1.9. Curbele rezultate din intersecția prismei hexagonale dreapte cu un con circular drept se obțin prin unirea proiecțiilor de acelaşi fel ale punctelor comune..

1.10. Se stabileşte vizibilitatea intersecției.

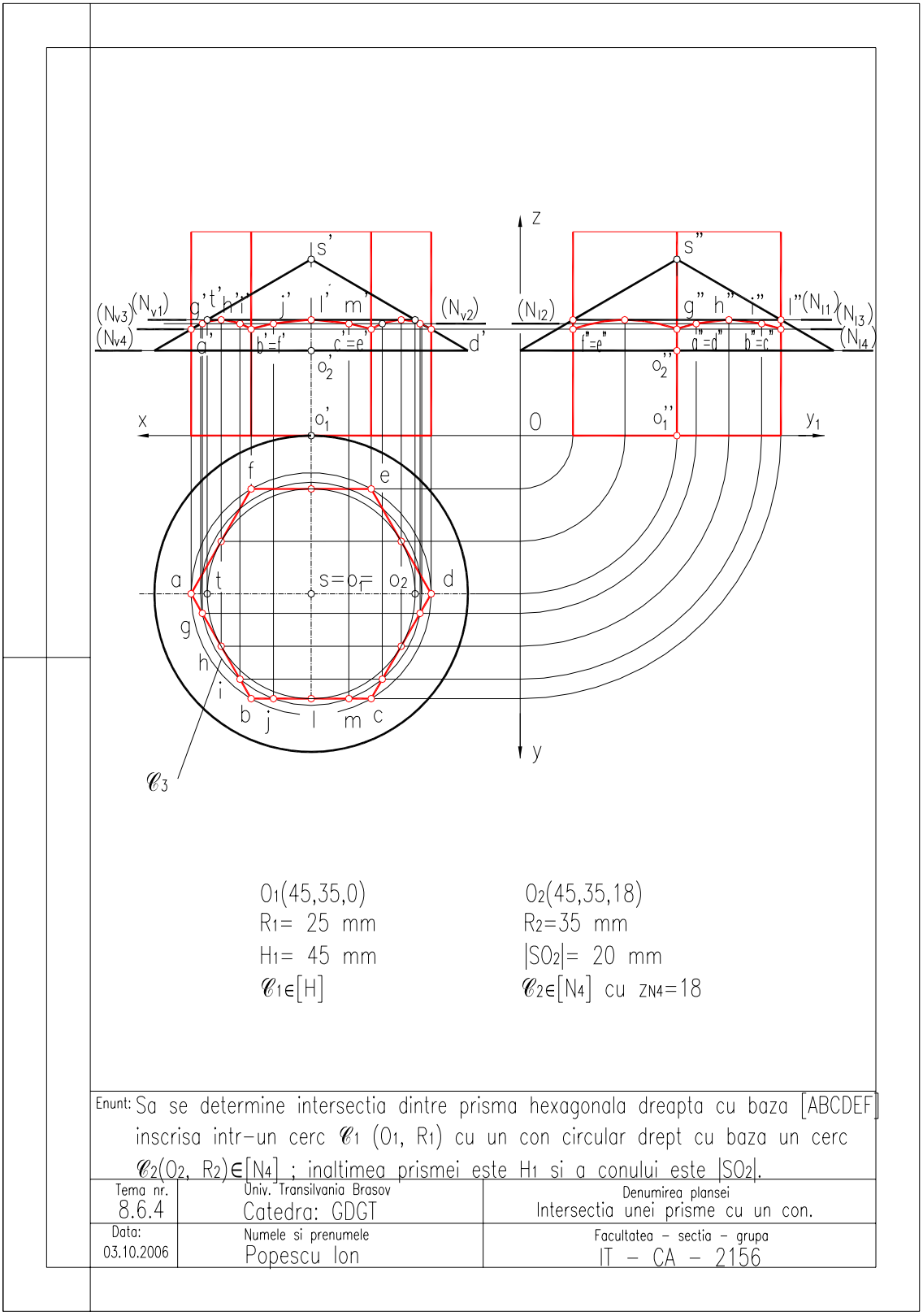
1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.21).

Tabelul 8.7

Varianta / Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O_1	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	45
	y	40	40	35	35	35	30	35	40	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_1$	$\in$	[H]									
R_1	=	20					25				
H_1	=	90									
O_2	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	45
	y	40	40	35	35	35	30	35	40	40	35
	z	20	25	15	20	25	20	25	20	20	25
$\mathscr{C}_2$	$\in$	$[N_4]$									
R_2	=	30					20				
$/SO_2/$	=	75									

Tabelul 8.7 continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O_1	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	55
	y	35	45	35	40	45	45	45	35	40	45
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_1$	$\in$	[H]									
R_1	=	25					20				
H_1	=	80									
O_2	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	55
	y	35	45	35	40	45	45	45	35	40	45
	z	20	25	15	20	25	20	25	20	20	25
$\mathscr{C}_2$	$\in$	[N_4]									
R_2	=	35					30				
H_2	=	60									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	***30***
O_1	x	45	40	45	35	40	40	45	35	40	***45***
	y	35	30	35	40	40	40	40	30	35	***35***
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathscr{C}_1$	$\in$	***[H]***									
R_1	=	20					***25***				
H_1	=	***55***									
O_2	x	45	40	45	35	40	40	45	35	40	***45***
	y	35	30	35	40	40	40	40	30	35	***35***
	z	25	25	20	25	20	25	20	25	20	20
$\mathscr{C}_2$	$\in$	***[N_4]***									
R_2	=	30					***35***				
$/SO_2/$	=	***20***									



$O_1(45,35,0)$
$R_1 = 25$ mm
$H_1 = 45$ mm
$\mathscr{C}_1 \in [H]$

$O_2(45,35,18)$
$R_2 = 35$ mm
$|SO_2| = 20$ mm
$\mathscr{C}_2 \in [N_4]$ cu $z_{N4} = 18$

Enunt: Sa se determine intersectia dintre prisma hexagonala dreapta cu baza [ABCDEF] inscrisa intr-un cerc $\mathscr{C}_1$ (O_1, R_1) cu un con circular drept cu baza un cerc $\mathscr{C}_2(O_2, R_2) \in [N_4]$; inaltimea prismei este H_1 si a conului este $|SO_2|$.

Tema nr. 8.6.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea planşei Intersectia unei prisme cu un con.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 8. 21

BIBLIOGRAFIE

1. Boloş, C. Geometrie descriptivă. Editura Universităţii "Petru Maior", Târgu Mureş,1998.
2. Botez, M. Geometrie descriptivă. Editura Didactică şi Pedagogică,Bucureşti, 1965
3. Ivan M.C.Grafică industrială asistată de calculator. Editura Universităţii"Transilvania" Braşov, 2002.
4. Lihteţchi, I. ş.a. Grafică pe calculator. Universitatea "Transilvania" Braşov, 1996.
5. Lihteţchi, I. ş.a.Infografică tehnică.Editura Universităţii "Transilvania" Braşov, 2005.
6. Paré,E.G.ş.a.DescriptiveGeometry.8thEdition.MacmillanPublishing Company,New York, 1991.
7. Urdea.M.,Păunescu.R.Grafică asistată 2D-3D.Curs.şi aplicaţii AutoCad-SolidWORKS.EdituraUniversităţii "Transilvania" Braşov, 2005.
8. Velicu,D.ş.a.Geometrie descriptivă şi desen industrial.Universitatea din Braşov,1978.
9. Velicu, D. ş.a. Geometrie descriptivă Universitatea" Transilvania" din Braşov
10. Velicu, D. Gageonea, L.ş.a. Geometrie descriptivă. Editura Didactică şi Pedagogică,1999
11. Gageonea,L.Urdea,M.Geometrie descriptivă.Culegere de probleme. Editura Didactică şi Pedagogică,1999
12. AUTOCAD 2006